Eugeniusz KORCZAK, **Adam MARLEWSKI**
Politechnika Poznańska
Wydział Elektryczny, Instytut Matematyki
ul. Piotrowo 3a, 60-965 Poznań
tel./ fax: 061 665 2763; e-mail: adam.marlewski@put.poznan.pl

KORZYSTANIE Z SYSTEMU ALGEBRY KOMPUTEROWEJ DO WIZUALIZACJI OBRAZÓW PEWNYCH PROSTYCH UZYSKIWANYCH ZA POMOCĄ DWUSTOSUNKU HARMONICZNEGO

Key words: *geometria rzutowa, bisekanta, stosunek harmoniczny, wizualizacja komputerowa*

Wśród transformacji trójwymiarowej przestrzeni rzutowej $\boldsymbol{P}^3$ na siebie znajduje się odwzorowanie konstruowane przy pomocy krzywej bazowej C^3 i bisekant będących elementami kongruencji liniowej rzędu 1 i klasy 3. Szczególnym przypadkiem takiej transformacji jest odwzorowanie, które przekształca proste przecinające krzywą bazową C^3 jedynie w jednym punkcie. Niniejszy referat dotyczy wizualizacji komputerowej tego przypadku. Taką wizualizację można uzyskać korzystając z systemów algebry komputerowej, gdyż potrafią one wykonywać obliczenia dokładnie. Dzięki tej cesze można pokazać, w postaci wykresów, pewne własności przedmiotowego odwzorowania. W referacie przedstawiamy, uzyskane w systemie Derive 5 (prod. Texas Instruments, Inc.), obrazy prostych – obrazy te są stożkowymi. Przykładową wizualizację stanowią dwie ryciny. Obie przedstawiają obraz uzyskany, gdy wyżej wymieniona kongruencją przekształca prostą przechodzącą przez punkty (1 : 1 : 1 : 1) i (3 : 2 : 2 : 3). Na ryc.1 poniżej widzimy nakreślony, w sześcianie $<-0.5, 0.5>^2$, obraz tej prostej, jest nim hiperbola mająca równanie

$$x = -q\cdot(3u + 7), \qquad y = -q\cdot(2 + u),$$

$$z = q\cdot(u + 2),$$

gdzie $q := 3\cdot(6u^2 + 11u + 10)$,

$$u \in (-\infty, z_1) \cup (z_1, z_2) \cup (z_2, +\infty),$$

$$z_1 := (-11-\sqrt{41})/4, \quad z_2 := (-11+\sqrt{41})/4.$$

Na ryc.2. widzimy rzuty tej hiperboli na podstawowe płaszczyzny przestrzeni ortokartezjańskiej $Oxyz$, rzuty te są pokazane w układzie ortokartezjańskim Ohv i mamy prostą oznaczoną jako yz (jest to rzut na płaszczyznę $x = 0$; równaniem tego rzutu jest $v = -h$) i hiperbole oznaczone przez xy i xz (są to rzuty na płaszczyznę odpowiednio $y = 0$ i $z = 0$). Na pierwszej z wymienionych hiperbol zaznaczonych jest kilka punktów, towarzysząca punktowi liczba jest wartością parametru u, dla której ten punkt jest otrzymywany. Gdy u dąży do $-\infty$ lub do $+\infty$, to wyznaczony przezeń punkt (x, y, z) leżący na obrazie zbliża się do punktu (0, 0, 0). Na ryc.2 zaznaczony jest także rzut tego punktu (o punkcie tym mówi się, że jest obrazem punktu w nieskończoności).

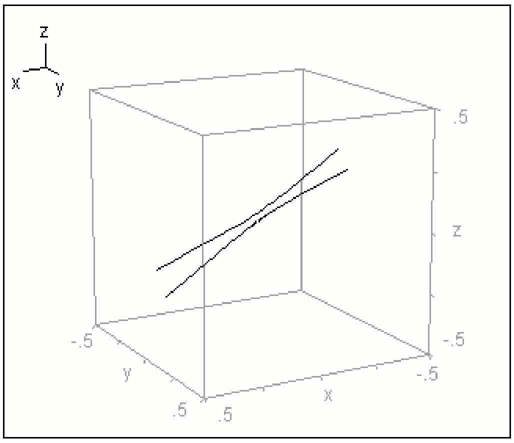

Fig.1. Ramiona hiperboli zawarte w sześcianie $<-0.5, 0.5>^2$

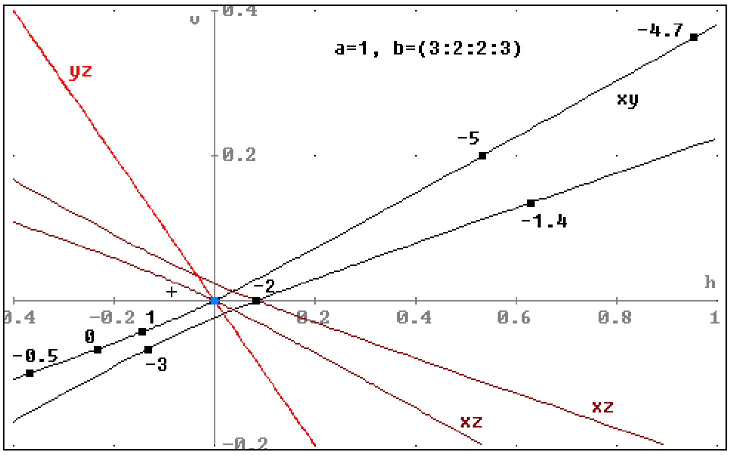

Fig.2. Łuki krzywych *xy*: $h = -q \cdot (3u + 7)$, $v = -q \cdot (2 + u)$; *yz* : $h = -q \cdot (2 + u)$, $v = q \cdot (u + 2)$; *xz*: $x = -q \cdot (3u + 7)$, $z = q \cdot (u + 2)$; ponadto osiem punktów na hiperboli *xy* oraz obraz punktu w nieskończoności