

**Edwin KOŹNIEWSKI**

Politechnika Białostocka, Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska,  
Zakład Informacji Przestrzennej  
ul. Wiejska 45E, 15-351 Białystok,  
tel./ fax: 85 746 95 59 e-mail: e.kozniewski@pb.edu.pl

**Jolanta OWERCZUK**

Politechnika Białostocka, Wydział Architektury,  
Katedra Architektury Mieszkaniowej - Pracownia Technicznego Wspomagania Projektowania  
ul. Grunwaldzka 11/15, 15-893 Białystok,  
fax +48 85 746 99 13 e-mail: j.owerczuk@pb.edu.pl

## MODEL GEOMETRYCZNY SPECJALNIE USYPANEGO NASYPU

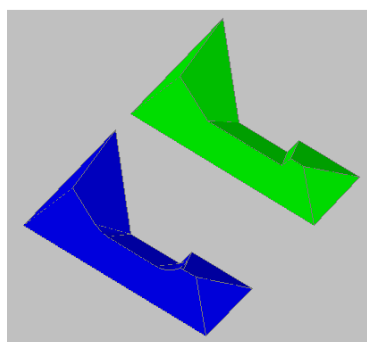
**Key words:** *skeleton dachu, parabola, diagram Voronoi dla wielokąta, kąt zsypanego naturalnego, nasyp*

Punktem wyjścia rozważań jest, poniekąd, prosty eksperyment. W warunkach laboratoryjnych wycinamy (np. z twardej tektury) wielokąt, który możemy uważać za podstawę modelu dachu (pewnej specjalnej powierzchni wielościennej) [2]. Na podstawę, umieszczoną poziomo na podparciu, sypimy materiał sypki. Na zdjęciu (fot. 1) mamy pryzmę usypaną z mąki krupczatki. Z mechaniki materiałów sypkich wiadomo, że materiał sypany w jedno miejsce układa się w pryzmę, która przyjmuje kształt stożka. Kąt przy podstawie stożka nazywamy *kątem zsypanego naturalnego* lub *kątem tarcia wewnętrzne*. Kąt ten zależy od rodzaju materiału i jest ważnym parametrem charakteryzującym własności mechaniczne materiału (gruntu). W omawianym przypadku materiał układa się w pryzmę przypominającą płaskopółcylindrowy dach o jednakowym nachyleniu połaci [2]. Jest jednak pewna różnica, bowiem w otoczeniu wierzchołka kąta wklęsłego podstawy tworzy się powierzchnia zakrzywiona, a linia grzbietowa nie wszędzie jest prostoliniowa.

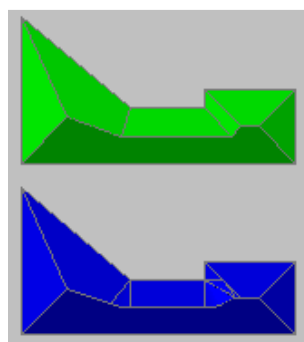


Fot. 1: Pryzma z mąki krupczatki usypana na wielokącie z dwoma kątami wklęsłymi

Zachowując kąt naturalnego zsypano grunt pod działaniem siły ciężkości zsuwa się prostopadle do krawędzi podstawy. Utwórzmy model geometryczny pryzmy.



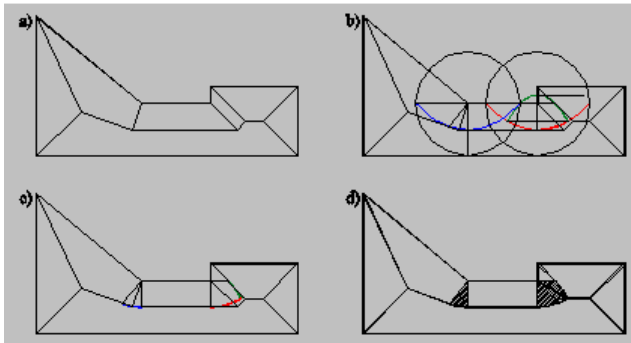
Rys. 1: Model wirtualny pryzmy utworzonej z materiału sypkiego (u dołu), powyżej model płaskopółcylindrowego dachu o tej samej podstawie (wykonane w środowisku programu AutoCAD)



Rys. 2: Widok z góry modelu wirtualnego pryzmy utworzonej z materiału sypkiego (u dołu) oraz odpowiedniego modelu płaskopółcylindrowego dachu (wykonane w środowisku programu AutoCAD)

W wierzchołkach kątów wklęsłych zbiegające się proste tworzą powierzchnie stożka obrotowego. Proste rozumowanie przekonuje nas o tym, że fragmenty linii grzbietowej są parabolami. Istotnie, tworzące stożka obrotowego, o kącie rozwarcia  $90-\varphi$  o wierzchołku zaczepionym w wierzchołku kąta wklęsłego podstawy tworzą kąt  $\varphi$  z płaszczyzną podstawy. Podobnie, wszystkie ściany płaskie modelu pryzmy tworzą kąt  $\varphi$  z płaszczyzną podstawy. Zatem, każda ściana jest równoległa do pewnej, dokładnie jednej, tworzącej stożka. Zgodnie z twierdzeniem Dandelin, przecina więc powierzchnię stożka w

paraboli lub (jeśli ściana przechodzi przez wierzchołek) w jednej prostej. Na rysunkach 1 i 2 mamy, wykonane w środowisku CAD, modele geometryczne pryzmy materiału sypkiego otrzymanej w przeprowadzonym doświadczeniu.



Rys. 3: Szkielet dachu i diagram Voronoja: a) rzut prostokątny dachu; b) przekształcenie dachu w diagram Voronoja dla wielokąta; c) zaznaczone części parabol w rzucie szkieletu; d) diagram Voronoja dla wielokąta podstawy z zakreskowanymi obszarami o brzegu krzywoliniowym

Rzuty prostokątne modelu dachu i modelu pryzmy materiału sypkiego tworzą znane w literaturze obiekty geometryczne: tzw. *prosty szkielet* (*szkielet dachu* lub *krótko dach*) oraz *diagram Voronoja dla wielokąta* [1, 2].

#### References:

- [1] Aichholzer O. i in.: *A Novel Type of Skeleton for Polygons*. Journal of Universal Computer Science, Vol. 1, No. 12, 1995, 752-761.
- [2] Koźniewski E.: *Geometria dachów. Teoria i zastosowanie*. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2007.