

Piotr DUDZIK, Edwin KOŹNIEWSKI

Politechnika Śląska

Ośrodek Geometrii i Grafiki Inżynierskiej

ul. Krzywoustego 7 44-100 Gliwice, e-mail: piotr.dudzik@polsl.pl

Politechnika Białostocka

Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska, Zakład Informatyki Przestrzennej

ul. Wiejska 45E 15-351 Białystok, e-mail: e.kozniewski@pb.edu.pl

O PEWNYCH GEOMETRYCZNYCH PROBLEMACH OPTIMALIZACJI KSZTAŁTU BUDYNKU NA PLANIE WIEŁOKĄTA PROSTOKĄTNEGO W ASPEKCIE ROZWIĄZANIA DACHU

W monografii [1] autorzy m.in. poszukują kształtu budynku nad (co najmniej raz symetrycznym) wielokątem o $2n$ wierzchołkach. Modyfikując i precyzując nieco wzory na pole i warunki zamykania się wielokąta sformułujemy zadanie dla dowolnego wielokąta prostokątnego będącego planem pewnego budynku. Przyjmując ciąg długości boków wielokąta l_1, l_2, \dots, l_n oraz ciąg A_1, A_2, \dots, A_n azymutów pole powierzchni dowolnego wielokąta wyraża się wzorem: $P_{pd} =$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n l_i l_j \sin(A_i - A_j), \text{ przy warunku zamykania } \sum_{i=1}^n l_i \sin A_i = 0.$$

S formułujemy za d a n i e: dany jest wielokąt prostokątny o którym zakładamy, że

1: jest wpisany w pewien prostokąt o bokach a i b ,

2: pole tego wielokąta jest stałe i równe c ,

3: długości boków l_1, l_2, \dots, l_n spełniają:

$$3a \text{ (ograniczenia): } \underline{l}_i \leq l_i \leq \bar{l}_i, \text{ dla } i=1, 2, \dots, n,$$

$$3b \text{ (warunki zgodności): } \sum l_{i_j} = a, \sum l_{i_j} = b.$$

4: mogą spełniać inne warunki, np. $l_{i_j} = l_{i_k}$ dla pewnych i_j, i_k .

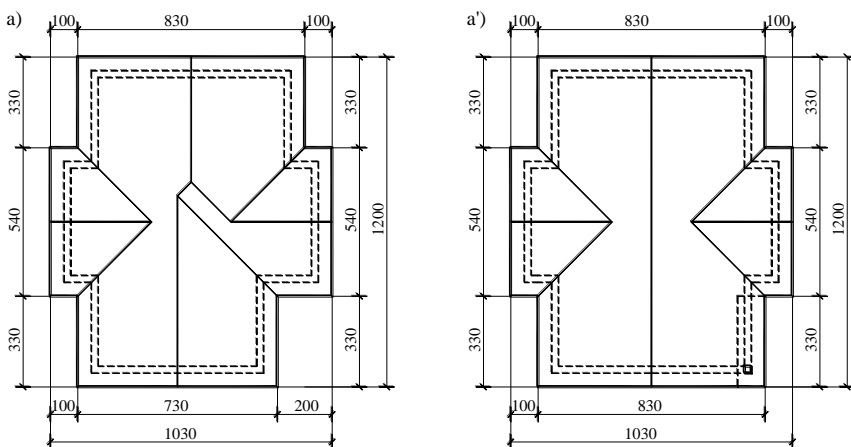
Szukamy takiego układu zmiennych l_i dla $i=1, 2, \dots, n$, dla którego funkcja liniowa (*)

$$P_{sz}(l_1, l_2, \dots, l_n) = \sum_{i=1}^n c_i l_i \text{ osiąga minimum (} P_{sz} \text{ – można interpretować jako pole powierzchni ścian}$$

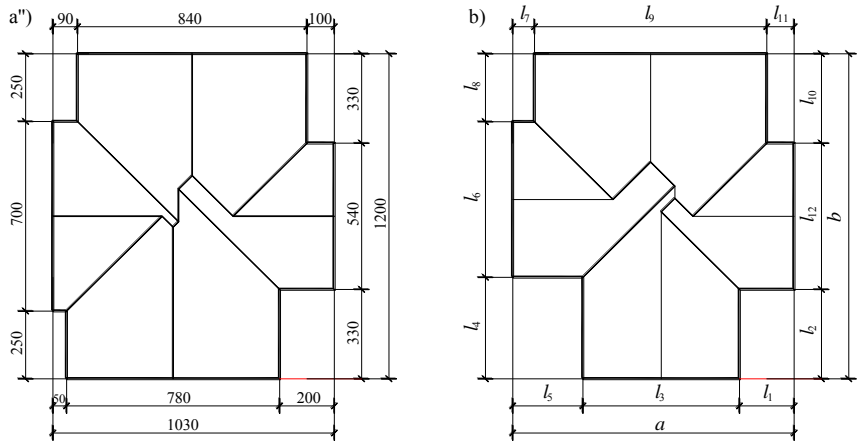
zewnętrznych budynku, ale po pomnożeniu przez wysokość, z uwzględnieniem kosztów, c_i – jako koszty jednostkowe ściany lub straty ciepła przez jednostkę powierzchni).

Przy ustalonej wysokości ścian, wartości funkcji (*) są proporcjonalne do powierzchni całkowitej ścian zewnętrznych budynku, co w połączeniu ze stałą wielkością powierzchni c i przy założeniu, że funkcja (*) osiąga minimum, daje najlepszą zwartość budynku. Warunki (3a) określają dopuszczalne (minimalne i maksymalne) rozpiętości budynku i lukarn. Warunki 4, przy odpowiednio dobranych indeksach, określają symetrię budynku lub jego fragmentów. Symetrię budynku można „poprawić” rozciągając dach poza obrys ścian budynku poprzez tworzenie podcieni (rys. 1a'). Nieco trudniej jest sformułować drugą ważną (w naszych rozważaniach) funkcję celu określającą stopień skomplikowania dachu (wieżby dachowej). Rysunki 1a, 1a', 2a'' znakomicie ilustrują stopień skomplikowania wieżby dachowej przy zmianie kształtu rzutu dachu dla dwunastokąta prostokątnego. Opis tej funkcji będzie należeć do podstawowych zagadnień rozwijania tej problematyki.

W budynkach o podstawie wielokąta prostokątnego [2] z natury rezygnuje się z idealnej geometrycznej zwartości bryły budynku. Wprowadzenie bowiem prostokątnych kątów wklęsłych (270°) już zubaża powierzchnię zabudowy w stosunku do możliwości materiałowych (rys. 1). Może być wymuszone poprzez prawo budowlane z uwagi na kształt działki, ograniczenia rozpiętości, itp.. Wtedy sformułowane poniżej zadanie optymalizacyjne ma nieskończenie wiele rozwiązań. Jeśli zmienimy wymiary boków wielokąta poprzez: zmniejszenie o Δl_i długości l_i boku wielokąta będącego ramieniem kąta wypukłego i zmniejszenie o Δl_j długości l_j boku wielokąta będącego ramieniem kąta wklęsłego i zadamy, by zachodziła odpowiednia równość $l_{i+1}\Delta l_i = l_{j-1}\Delta l_j$, to pole wielokąta nie ulegnie zmianie.



Rys. 1: Rzuty budynku z linią rozwiązania dachu: a) bez uwzględnienia podcienia; a') z uwzględnieniem podcienia (słup podpierający dach w prawym dolnym rogu)



Rys. 2: Inna linia rozwiązania dachu: a'') o większej złożoności; b) oznaczenia zmiennych w zadaniu

Literatura:

- [1] *Optymalizacja wielokryterialna budynków energooszczędnych* pod red. W. Marksa i S. Owczarka. Polska Akademia Nauk IPPT, KILiW, Studia z zakresu inżynierii 1999.
- [2] Koźniewski E.: *Geometria dachów. Teoria i rozwiązanie*. Wydawnictwo Politechniki Białostockiej. Białystok 2007.