Bogusław JANUSZEWSKI
Politechnika Rzeszowska
Zakład Geometrii i Grafiki Inżynierskiej
ul. Poznańska 2, 35-084 Rzeszów
tel. 017 8651307
e-mail banjanus@prz.edu.pl

O RODZAJACH GRAFICZNYCH RZUTOWAŃ PODPRZESTRZENIOWYCH

Jeden z popularniejszych sposobów graficznych zapisów zależności geometrycznych wyróżnianych w przestrzeniach $\boldsymbol{P}_{\mathbf{n}}$, $\boldsymbol{A}_{\mathbf{n}}$ względnie $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{A}\mathbf{n}}$ polega na zastosowaniu tzw. **graficznego rzutowania podprzestrzeniowego**. Realizacja tego rodzaju rzutowania, oznaczanego symbolem **RS,** wymaga ustalenia w odwzorowywanej przestrzeni $\boldsymbol{P}$ ($\boldsymbol{P}_{\mathbf{n}}$, $\boldsymbol{A}_{\mathbf{n}}$ względnie $\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{A}\mathbf{n}}$) tzw. **aparatu rzutowania RS**, na który składają się:

a) ciągły zbiór $\{\mathcal{S}\}$ równowymiarowych podprzestrzeni $\mathcal{S}_{\mathbf{i}}$ o wymiarach (**n**-2) lub (**n**-3), zwanych **środkami rzutowania RS**, będących elementami wyróżnionej wiązki albo tworzącymi ustalonego utworu stopnia drugiego,

b) rzutowość **Z** przypisująca poszczególnym punktom $X_{\mathbf{i}}$ odwzorowywanej przestrzeni $\boldsymbol{P}$ odpowiednie środki $\mathcal{S}_{\mathbf{i}} \in \{\mathcal{S}\}$ rzutowania **RS,** dokładniej – rzutowość **Z** przekształca elementy ($X_{\mathbf{i}}$ O $\mathcal{K}$) ustalonej wiązki $< \mathcal{K}, \boldsymbol{P} >$ podprzestrzeni na zbiór $\{\mathcal{S}\}$; $X_{\mathbf{i}} \Rightarrow \mathcal{S}_{\mathbf{i}} = \mathbf{Z}\,(X_{\mathbf{i}}\ \mathrm{O}\ \mathcal{K})$,

c) relacja złączy, pozwalająca każdemu punktowi $X_{\mathbf{i}}$ przyporządkować jego **utwór rzutujący** $\mathcal{R}_{X\mathbf{i}} = (X_{\mathbf{i}}\ \mathrm{O}\ \mathcal{S}_{\mathbf{i}})$, gdzie $\mathcal{S}_{\mathbf{i}}$ jest przypisanym punktowi $X_{\mathbf{i}}$ środkiem rzutowania **RS**,

d) **rzutnia** Π rzutowania **RS**, będąca bądź to płaszczyzną π, bądź odpowiednio wyróżnioną powierzchnią wiązkową stopnia drugiego $\widehat{\boldsymbol{\tau}}$ *;* rzutowanie **RS** przekształca odwzorowywaną przestrzeń $\boldsymbol{P}$ na wyróżnioną rzutnię , przy czym **obraz – rzut** $X_{\mathbf{i}}^{\mathcal{S}}$ punktu $X_{\mathbf{i}}$ w tym rzutowaniu jest identyczny z iloczynu $\Pi \cap \mathcal{R}_{X\mathbf{i}}$.

W rodzinie graficznych rzutowań podprzestrzeniowych **RS** wskazać można wiele rodzajów tych rzutowań znajdujących zastosowanie w istniejących względnie nowo tworzonych restytuowalnych metodach odwzorowań graficznych wielowymiarowych przestrzeni rzutowych, afinicznych względnie euklidesowych. Do podstawowych wśród tych rodzajów zalicza się:

a) **podprzestrzeniowe rzutowanie wiązkowe RC,** w którego aparacie zbiór $\{\mathcal{S}\}$ środków rzutowania zredukowany jest do pojedynczej podprzestrzeni $\mathcal{S}$ ogólnie usytuowanej względem płaszczyznowej rzutni π i mającej wymiar (**n**-3) w przypadku tzw. rzutowania zwyczajnego ($\dim(\mathcal{S} \cap \pi) = -1$), względnie (**n**-2) w przypadku tzw. rzutowania uogólnionego ($\dim(\mathcal{S} \cap \pi) = 0$),

b) **rzutowanie podprzestrzeniowe ze środków wiązkowo rozproszonych RB** charakteryzujące się ty, że poszczególnym punktom X_i rzutowanej przestrzeni $\boldsymbol{P}$ przypisywane są środki $\mathcal{S}_i$ rzutowania, będące (**n**-2) albo (**n**-3) wymiarowymi podprzestrzeniami należącymi do określonej wiązki $\langle \mathcal{C},\mathcal{F} \rangle$. Przypisanie to odbywa się za pośrednictwem odpowiedniej rzutowości **Z** ustalonej między wiązką $\langle \mathcal{C},\mathcal{F} \rangle$ a mającą z nią identyczny wskaźnik rozmaitości wiązką $\langle \mathcal{K},\boldsymbol{P} \rangle$; $\mathcal{S}_i = \mathbf{Z}(\mathcal{L}_i(X_i,\mathcal{K}))$.

c) **rzutowanie podprzestrzeniowe RQ ze środków rozproszonych na utworze stopnia drugiego,** w przypadku którego w celu zdefiniowania **aparatu rzutowania** wyróżnia się w odwzorowywanej przestrzeni $\boldsymbol{P}$ trzy wiązki podprzestrzeni $\langle \mathcal{K}, \boldsymbol{P} \rangle$, $\langle \mathcal{C}_1, \mathcal{F}_1 \rangle$ oraz $\langle \mathcal{C}_2, \mathcal{F}_2 \rangle$ o identycznych współczynnikach rozmaitości**.** Wiązki te mają następujące właściwości:
1° $\dim \mathcal{F}_1 = \dim \mathcal{F}_2$, $\dim \mathcal{C}_1 = \dim \mathcal{C}_2 \in \{(\mathbf{n}\text{-}3),(\mathbf{n}\text{-}2)\}$, **2°** $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2$, zaś $\mathcal{C}_1 \neq \mathcal{C}_2$, w przypadku definiowania aparatu rzutowania **RQ** należącego do rodziny tzw. **rzutowań iloczynowych**, **3°** $\mathcal{F}_1 \neq \mathcal{F}_2$, zaś $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_2$, w przypadku definiowania aparatu rzutowania **RQ** należącego do rodziny tzw. **rzutowań złączowych**. W dalszej kolejności ustala się kolineację **Cl** oraz korelację **Cr** przekształcające wiązkę $\langle \mathcal{K}, \boldsymbol{P} \rangle$ odpowiednio na wiązki $\langle \mathcal{C}_1, \mathcal{F}_1 \rangle$ oraz $\langle \mathcal{C}_2, \mathcal{F}_2 \rangle$. Wyróżnione wiązki oraz zdefiniowane przekształcenia rzutowe pozwalają przypisać każdemu punktowi $X_i \in \boldsymbol{P}$ podprzestrzenie: 1° $\mathcal{L}_i = X_i \circ \mathcal{K}$, 2° ${}_1\mathcal{D}_{X_i} = \mathbf{Cl}(\mathcal{L}_i) \in \langle \mathcal{C}_1, \mathcal{F}_1 \rangle$, 3° ${}_2\mathcal{D}_{X_i} = \mathbf{Cr}(\mathcal{L}_i) \in \langle \mathcal{C}_2, \mathcal{F}_2 \rangle$. Ostatecznie zakłada się, że środki $\mathcal{S}_i$ rzutowania **RQ** dla poszczególnych punktów $X_i \in \boldsymbol{P}$ są w przypadku rzutowania iloczynowego, iloczynami ${}_1\mathcal{D}_{X_i} \cap {}_2\mathcal{D}_{X_i} = \mathcal{S}_i$ o wymiarach równych $\dim \mathcal{C}_1 = \dim \mathcal{C}_2$, natomiast w przypadku rzutowania złączowego, złączami ${}_1\mathcal{D}_{X_i} \circ {}_2\mathcal{D}_{X_i} = \mathcal{S}_i$ o wymiarach równych $\dim \mathcal{F}_1 = \dim \mathcal{F}_2$. W obu przypadkach środki $\mathcal{S}_i$ są tworzącymi odpowiedniego utworu stopnia drugiego.

Każdy z zasygnalizowanych rodzajów rzutowań **RC**, **RB** i **RQ** jest adaptowany do potrzeb konstruowania obrazów panoramicznych przestrzeni trójwymiarowych. Adaptacja taka polega na przyjęciu na rzutnię - tło każdego z rzutowań powierzchni wiązkowej stopnia drugiego, zaś na środki rzutowań odpowiednio pojedynczego punktu, zbioru punktów prostej, względnie zbioru punktów stożkowej należących w każdym przypadku do wnętrza tła.