Zeszyt 12 (2001), str. 10 – 14

UWAGI O ZASTOSOWANIU POWIERZCHNI ŚRUBOWYCH W BUDOWNICTWIE

Paweł KAPROŃ
Politechnika Częstochowska, ul.Akademicka 3 , 42-200 CZĘSTOCHOWA,
Wydział Budownictwa.

Pamięci PROFESORA MARIANA PALEJA
poświęcam referat Studenta wygłoszony na seminarium ZGGI w Politechnice Częstochowskiej w dniu 30 maja 2001, którym cieszyliśmy się w ostatniej rozmowie z PROFESOREM na Konferencji „Wisła 2001" w Ustroniu Jaszowcu
(Ludmiła Czech)

Streszczenie. Wzory powierzchni śrubowych podane w [2] są zilustrowane za pomocą programu „MathCAD", który został przedstawiony w tej pracy. Zastosowanie wyprowadzonych wzorów pokazano w projekcie parkingu wielopoziomowego.

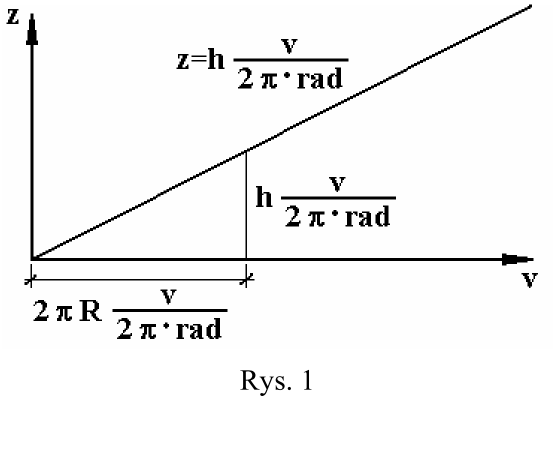
Ogólna charakterystyka powierzchni śrubowych

Helikoida – powierzchnia śrubowa ogólna, to powierzchnia powstała przez obrót krzywej płaskiej lub skośnej dookoła ustalonej prostej (osi) i jednoczesny ruch wzdłuż tej prostej, przy czym stosunek szybkości tych ruchów jest stały [1]. Równania parametryczne helikoidy mają postać [2]:

$$\begin{aligned} X(u,v) &= u \cdot \cos v \\ Y(u,v) &= u \cdot \sin v \\ Z(u,v) &= h \cdot \frac{v}{2\pi \cdot rad} + f(u) \end{aligned} \qquad (1)$$

gdzie: ***u,v*** – parametry,
h – skok powierzchni śrubowej,
f(u) – dowolna funkcja ciągła.

Funkcja $Z(u,v) = h \cdot \frac{v}{2\pi \cdot rad} + f(u)$ obrazuje rozwinięcie powierzchni śrubowej.



Rys. 1

Ponieważ wartość parametru u zmienia się od u_{min} do u_{max} (Rys.3) to wartość kąta stoku linii śrubowej również zmienia wartość. Rozwinięcie linii śrubowej przyjmuje postać [3].

Kąt stoku linii śrubowej możemy wyznaczyć jako:

$$\alpha = ar\,ctg\left(\frac{h\cdot\frac{v}{2\pi\cdot rad}}{2\pi\cdot R\cdot\frac{v}{2\pi\cdot rad}}\right),\ \text{gdzie}\ R\in\left(u_{min},u_{max}\right)$$

Upraszczając otrzymujemy:

$$\alpha = ar\,ctg\left(\frac{h}{2\pi\cdot R}\right)\qquad [\text{rad}]\qquad (2)$$

Z równania tego wynika, iż kąt stoku linii śrubowej zależy jest od wartości R. Maksymalną wartość tego kąta uzyskujemy przy $R = u_{min}$, a minimalną dla $R = u_{max}$, przy czym $u_{min} < u_{max}$.

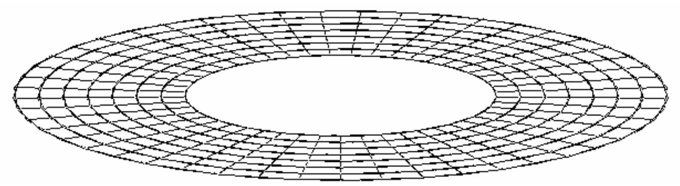
Graficzne przedstawienie parametrycznego wzoru powierzchni śrubowej

Graficzne przedstawienie parametrycznego wzoru powierzchni śrubowej pomoże nam zrozumieć jak uniwersalnym wzorem opisującym helikoidę jest wzór (1), który *SERGEI N.KRIVOSHAPKO* przedstawia w swoim artykule [2]. Modyfikując ten wzór będziemy mogli zauważyć jaki wpływ mają poszczególne składniki i jak w zależności od nich zmienia się geometria przestrzenna powierzchni śrubowej.

Omawianie zaczniemy od podstawienia do równania ogólnego helikoidy (1) wartości *h=0*. Jak widać z rysunków.2 i.3 otrzymujemy powierzchnię obrotową. Równania parametryczne tej szczególnej helikoidy mają postać:

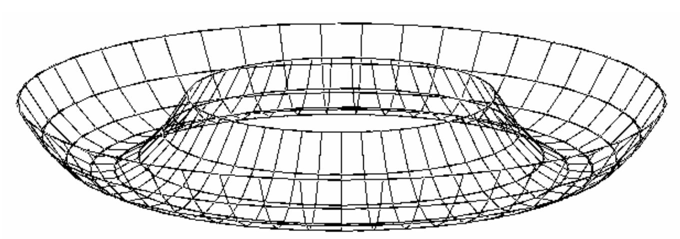
$$X(u,v) = u\cdot cos\,v$$
$$Y(u,v) = u\cdot sin\,v$$
$$Z(u,v) = f(u)$$

Jeżeli ***f(u) = constans***, wówczas helikoida przyjmuje postać:



Rys. 2

Jeżeli, np. $f(u) = 0{,}016u^2 + 5u$, wówczas helikoida przyjmuje postać:



Rys. 3

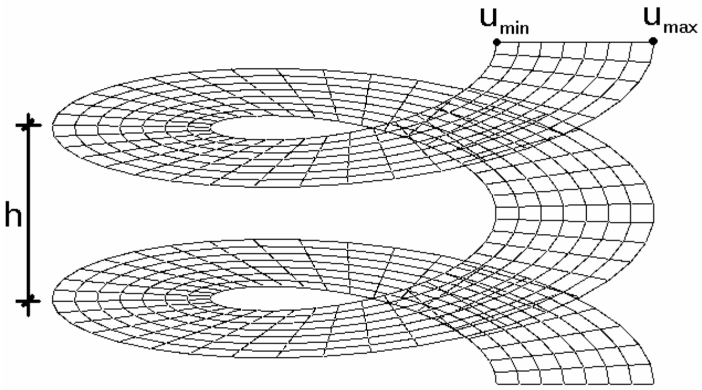
Natomiast, gdy do równania (1) podstawimy ***f(u)=0*** – wtedy otrzymujemy helikoidę o równaniach parametrycznych:

$$X(u,v) = u\cdot cos\,v$$

$$Y(u,v) = u \cdot \sin v$$

$$Z(u,v) = h \cdot \frac{v}{2\pi \cdot rad}$$

Kształt takiej helikoidy przedstawiony jest na rys. 4.



Rys. 4

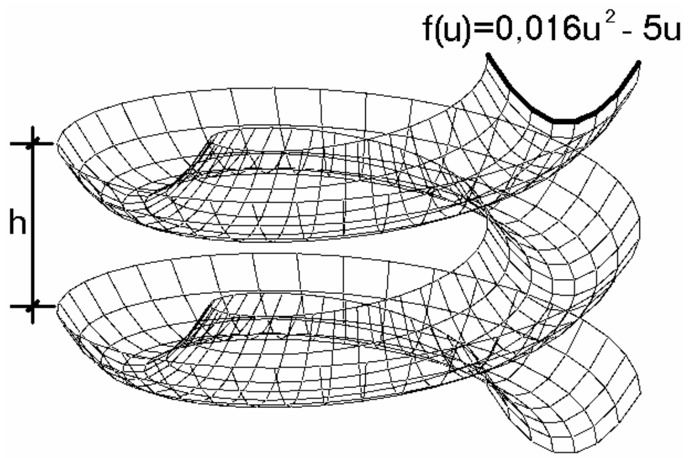
Gdy jednak podstawimy za funkcję ***f(u)*** np. funkcję kwadratową postaci: $f(u) = 0{,}016u^2 - 5u$, wtedy otrzymujemy helikoidę w kształcie rynny. Równania parametryczne tej helikoidy mają postać:

$$X(u,v) = u \cdot \cos v$$

$$Y(u,v) = u \cdot \sin v$$

$$Z(u,v) = h \cdot \frac{v}{2\pi \cdot rad} + 0{,}016u^2 - 5u$$

Kształt takiej helikoidy przedstawia się wówczas następująco:



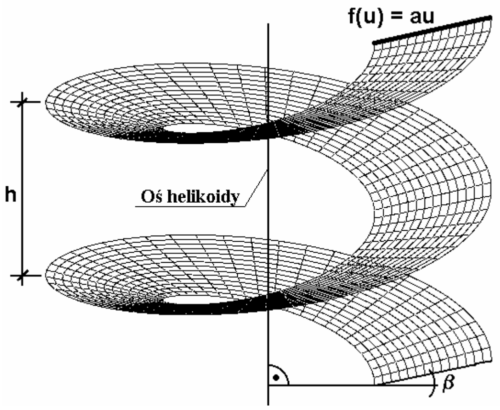
Rys. 5

Zastosowanie powierzchni śrubowych

Jedną z najważniejszych dziedzin wykorzystania powierzchni śrubowych jest dziedzina zajmująca się konstruowaniem maszyn i narzędzi. Powierzchnie te odnajdujemy w ukształtowaniu tak powszechnie stosowanych narzędzi jak wiertła, świdry, podnośniki ślimakowe (przekładnie), turbiny, wiatraki.

W budownictwie powierzchnie śrubowe wykorzystywane są w rozwiązaniach konstrukcyjnych schodów, jak również jako podjazdy w wielokondygnacyjnych garażach (parkingach) samochodowych.

Przyjrzyjmy się teraz bliżej wykorzystaniu powierzchni śrubowej, jako drogi łączącej dwa poziomy w wielokondygnacyjnym garażu samochodowym. Powierzchnia taka przedstawia się w następujący sposób:

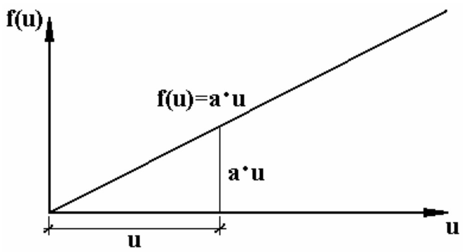


Rys. 6

W zastosowaniach konstrukcyjnych w budownictwie często chcemy uzyskać powierzchnię śrubową o danym spadku poprzecznym ku środkowi $\boldsymbol{\beta}$ [4] (nachylenie tworzącej), jak i o spadku nie przekraczającym pewnych, ustalonych dla danych warunków, wartości normowych.

Spadki (nachylenia) zwykle podawane są w procentach.

Spadek poprzeczny do osi, jak widzimy na rys.6, jest zależny od funkcji ***f(u)***. Możemy tę zależność przedstawić w następujący sposób:



Rys. 7

Nachylenie prostej ***f(u)*** możemy przedstawić następująco:

$$\beta = \frac{a \cdot u}{u} 100\% \Rightarrow \beta = a \qquad (3)$$

Zatem nachylenie tworzącej jest równe współczynnikowi *a* funkcji ***f(u)***.

Posłużmy się teraz rysunkiem 1, aby wyznaczyć maksymalny spadek powierzchni śrubowej. Z rysunku wynika, że:

$$\alpha = \frac{h \cdot \dfrac{v}{2\pi \cdot rad}}{2\pi \cdot R \cdot \dfrac{v}{2\pi \cdot rad}} 100\%,$$ gdzie $R \in (u_{min}, u_{max})$; h – skok linii śrubowej.

Upraszczając otrzymujemy:

$$\alpha = \frac{h}{2\pi \cdot R} 100\% \qquad (4)$$

Ponieważ wartość parametru u zmienia się od u_{min} do u_{max} to wartość kąta stoku linii śrubowej również zmienia wartość. Maksymalną wartość tego kąta uzyskujemy przy $R = u_{min}$, a minimalną dla $R = u_{max}$, przy czym $u_{min} < u_{max}$.

Przykład obliczeniowy

Obliczyć jakie wartości muszą mieć promień zewnętrzny ($\boldsymbol{u_{max}}$) i promień wewnętrzny ($\boldsymbol{u_{min}}$) powierzchni śrubowej, aby w wielokondygnacyjnym garażu o wysokości kondygnacji 3,5m były spełnione warunki [4]:

- spadek poprzeczny (nachylenie tworzącej) $\boldsymbol{\beta}$=3%,
- spadek linii śrubowej $\boldsymbol{\alpha}$=10%,
- szerokość jezdni 5,5m,
- wewnętrzny promień skrętu ($\boldsymbol{u_{min}}$) >5m.

<u>Ogólne równanie takiej helikoidy ma postać:</u>

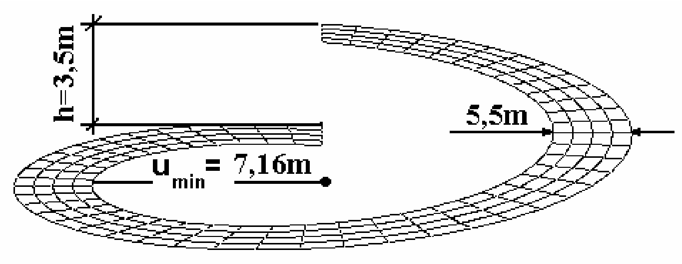
$$X(u,v) = u \cdot \cos v$$
$$Y(u,v) = u \cdot \sin v$$
$$Z(u,v) = h \cdot \frac{v}{2\pi \cdot rad} + f(u),\ \text{gdzie}\ f(u) = a \cdot u.$$

Z zależności (3), mamy: $\beta = a \Rightarrow a = 3\% \Rightarrow a = 0{,}03$.

Z zależności (4), mamy: $\alpha = \frac{h}{2\pi \cdot u_{min}} 100\% \Rightarrow u_{min} = \frac{h}{2\pi \cdot \alpha} 100\% = \frac{4{,}5m}{2\pi \cdot 10\%} 100\% = 7{,}16m$

Mając wartość $\boldsymbol{u_{min}}$ możemy wyliczyć wartość $\boldsymbol{u_{max}}=\boldsymbol{u_{min}}$+5,5m=7,16+5,5=12,66m.

Powierzchnię śrubową – podjazd, po podstawieniu wyliczonych wartości promieni zewnętrznego $\boldsymbol{u_{max}}$ i wewnętrznego $\boldsymbol{u_{min}}$ przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8

LITERATURA:

[1] ENCYKLOPEDIA POWSZECHNA PWN; wyd.3, Warszawa 1984r.

[2] N. SERGEI N. KRIVOSHAPKO: *Geometry and stress-strain analysis of right, oblique, and open helicoidal shells*; KONFERENCJA O GEOMETRII - praca zbiorowa pod red. L.Czech, wyd. P.Cz.Częstochowa 1999r.

[3] H.BRAUNER: *Lehrbuch der Konstruktiven Geometrie*, Springer Verlag, Wien, New York 1986r.

[4] E. NEUFERT: *Podręcznik projektowania architektoniczno-budowlanego*; wyd.2 Warszawa „Arkady” 1996r.

SOME COMMENTS ON THE USE OF HELICAL SURFACES IN BUILDINGS

Formulas of helical surfaces given in [2] are illustrated by "Mathcad" programme which is presented this paper. The use of the derived formulas is shown in a design of the multi-level car park.

Recenzent: dr hab. inż. Ludmiła CZECH, profesor Politechniki Częstochowskiej
Wpłynęło do Redakcji w listopadzie 2001 r.