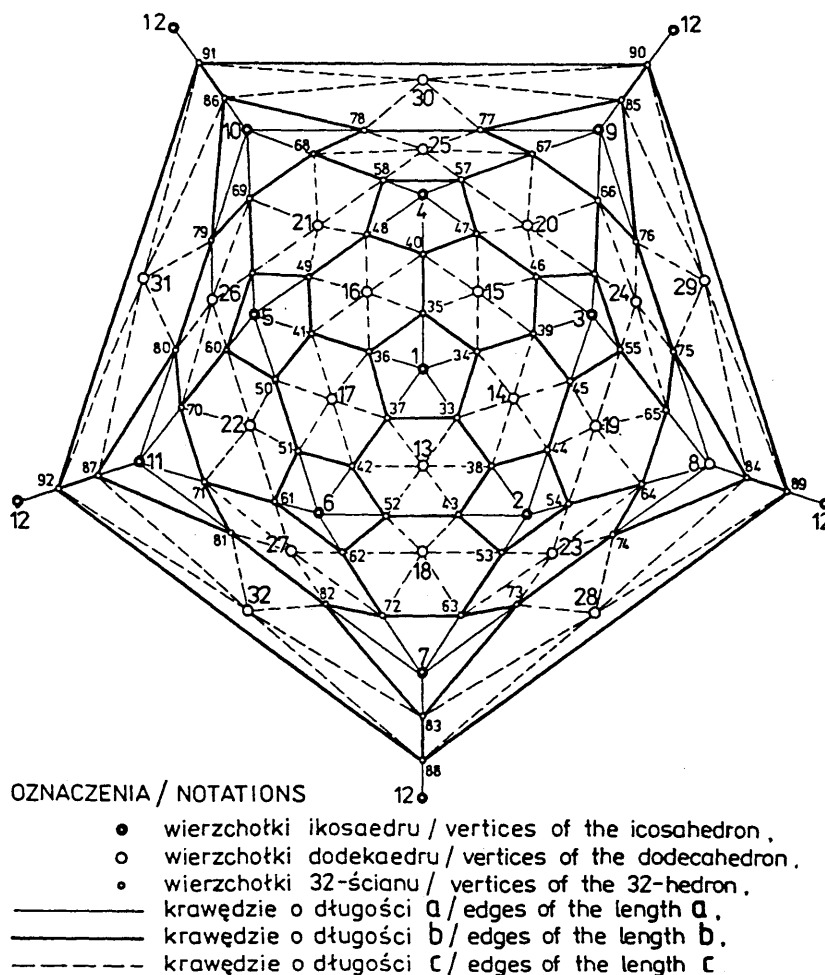


## O DWÓCH WIEŁOŚCIANACH WYGENEROWANYCH Z IKOSAEDRU

W pracy przedstawia się topologię siatek wybranych wielościanów utworzonych drogą przekształceń z ikosaedru. Pojęcie wielościanu i siatki sferycznej wprowadza się zamiennie ze względu na tożsamość położenia wierzchołków wielościanu i węzłów siatki sferycznej. Przez topologię rozumie się tu wzajemny, ściśle określony rozkład węzłów i sposób w jaki są między sobą połączone.

Najprostszą, a zarazem geometrycznie niezmienną figurą takich siatek jest trójkąt. Z elementów trójkąta równobocznego, będącego oczkiem siatki wyjściowej ikosaedru, zbudowano metodami podziałowymi [1] dwie rodziny wielościanów o dużej liczbie ścian. Przy czym wprowadzono tu uproszczenie polegające na rozpatrzeniu zagadnienia interpolacji trójkąta płaskiego zamiast sferycznego, odpowiadającego krzywoliniowej siatce wielościanu o wierzchołkach i krawędziach leżących na sferze z nim współśrodkowej. Prostoliniowe elementy siatki, a więc krawędzie wielościanu, tworzą łamaną linię cięciw dużych kół sfery.

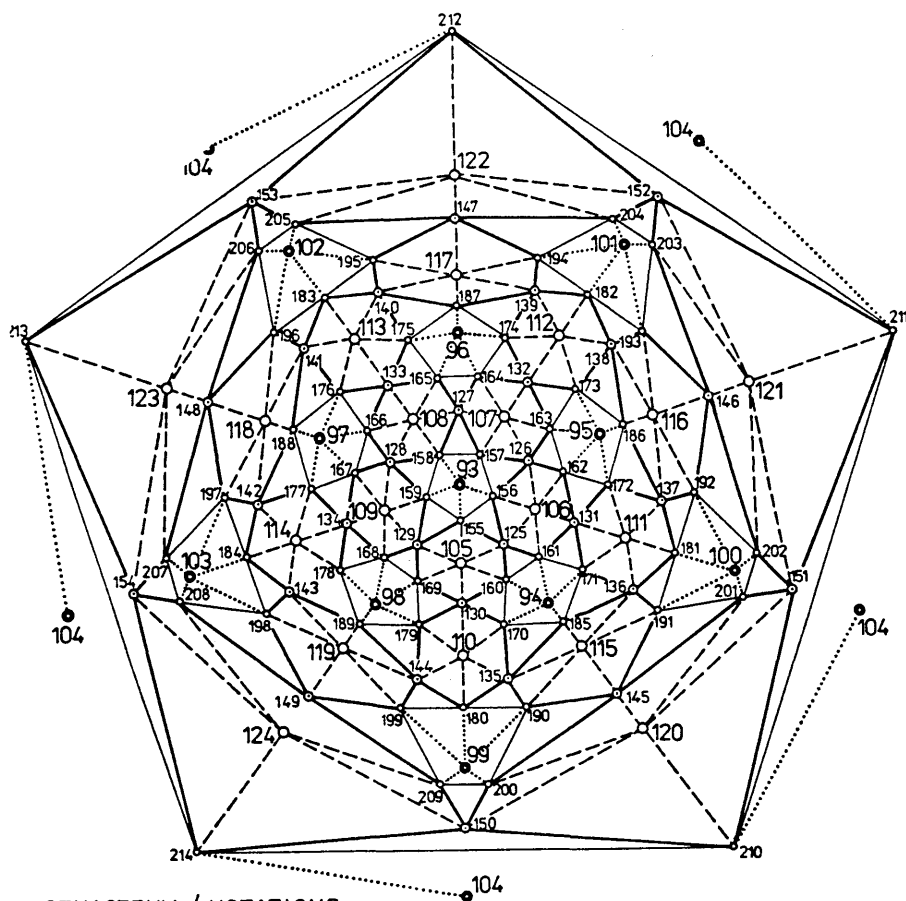


rys.1.

Podział każdej krawędzi ikosaedru na trzy równe części wyznacza 60 wierzchołków i 90 krawędzi 32-ścianu półforemnego, zawierającego 20 sześciokątnych ścian foremnych i 12 pięciokątnych ścian przystających [2]. Jeżeli teraz na sferę o promieniu  $R$ , opisaną na wierzchołkach ikosaedru, rzuci się środki ścian tego wielościanu i punkty podziału każdej krawędzi ikosaedru na trzy równe części, to utworzy się 180-ścian półforemny. Wielościan ten ma 92 wierzchołki i 270 krawędzi w trzech grupach długości. Schemat siatki tego wielościanu w rzucie na płaszczyznę pokazano na rys. 1.

Dwanaście węzłów o numerach od 1 do 12 jest odzwierciedleniem wierzchołków ikosaedru, dwadzieścia węzłów o numerach od 13 do 32 odpowiada wierzchołkom dodekaedru i sześćdziesiąt węzłów o numerach od 33 do 92 przynależy do wierzchołków 32-ścianu półforemnego (wyżej opisanego).

Podział każdej krawędzi ikosaedru na dwie równe części wyznacza 30 wierzchołków i 60 krawędzi 32-ścianu półforemnego, zawierającego 20 trójkątnych ścian równobocznych i 12 pięciokątnych ścian foremnych [2]. Gdy ustawi się współśrodkowo ikosaedr i dodekaedr tak aby ich odpowiednie krawędzie były do siebie prostopadłe, i by wszystkie wierzchołki leżały na jednej sferze o promieniu  $R$  oraz zatrzyma się krawędzie dodekaedru i utworzy nowe krawędzie – łączące wierzchołki obu wielościanów, to otrzyma się 60-ścian półforemny o 32 wierzchołkach i 90 krawędziach w dwóch grupach długości [3].



OZNACZENIA / NOTATIONS

- wierzchołki ikosaedru / vertices of the icosahedron,
- wierzchołki dodekaedru / vertices of the dodecahedron,
- wierzchołki 32-ścianu / vertices of the 32-hedron,
- wierzchołki 60-ścianu / vertices of the 60-hedron,
- ..... krawędzie o długości  $d$  / edges of the length  $d$ ,
- krawędzie o długości  $e$  / edges of the length  $e$ ,
- krawędzie o długości  $f$  / edges of the length  $f$ ,
- krawędzie o długości  $q$  / edges of the length  $q$ .

rys. 2.

Jeżeli teraz na sferę o promieniu  $R$ , opisaną na wierzchołkach ikosaedru rzuci się środki krawędzi tego wielościanu i środki ścian ikosaedru – które są wierzchołkami dodekaedru oraz rzuci się środki krawędzi 60-ścianu półforemny, to utworzony zostanie 240-ścian półforemny. Wielościan ten ma 122 wierzchołki i 360 krawędzi w czterech grupach długości. Schemat siatki tego wielościanu w rzucie na płaszczyznę pokazano na rys.2. Dwanaście węzłów o numerach od 93 do 104 są wierzchołkami ikosaedru, dwadzieścia węzłów o numerach od 105 do 124 są wierzchołkami ikosaedru, trzydzieści węzłów o numerach od 125 do 154 są wierzchołkami 32-ścianu półforemny i sześćdziesiąt węzłów o numerach od 155 do 214 są wierzchołkami 60-ścianu (wyżej opisanego).

Siatki sferyczne wielościanów wygenerowanych z ikosaedru mogą posłużyć jako geometryczne prototypy inżynierskich konstrukcji dwukrzywiznowych. Takie przestrzenne konstrukcje stosowane są najczęściej na czasie radarów lub kopuły, np. prętowe, tarczownicowe itp.

Każdą konstrukcję inżynierską utworzoną na bazie siatek otrzymanych tu dwóch wielościanów można potraktować jako pełną strukturę jednowarstwową. Gdy takie dwie pełne jednowarstwowe siatki sferyczne odpowiednio ustawi się współśrodkowo i odpowiednio połączy ze sobą łącznikami /tężnikami/, to wówczas otrzyma się pełną strukturę dwuwarstwową. Przy czym "struktura" oznacza tu regularną budowę konstrukcji inżynierskiej, wykorzystującą geometryczne właściwości, polegające na prawidłowym rozmieszczeniu węzłów i prętów /lub tarcz/ w przestrzeni. Ta regularność stanowi dla konstruktora duże ułatwienie w projektowaniu. Jest ona przydatna dla obliczeń geometrycznych i statyczno-wytrzymałościowych. Ponadto ułatwia wykonywanie prefabrykatów wykonywanych "na warsztacie" i potem montowanie ich na budowie w całą konstrukcję użytkową.

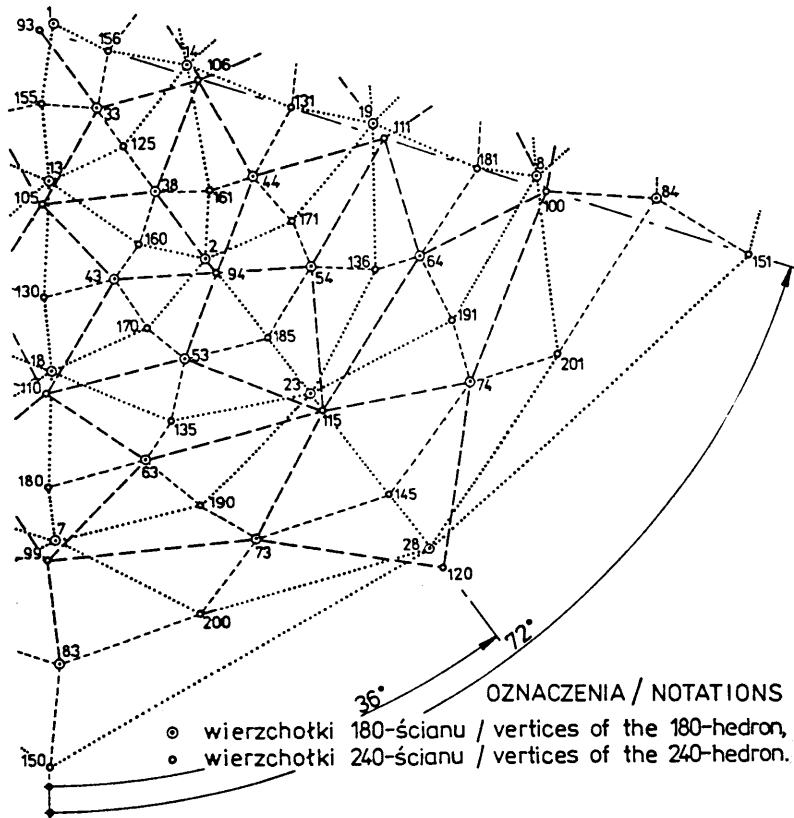
Samo ustawienie kopuły, a więc wielościanów względem poziomu może być następujące: a) jeden z wierzchołków wielościanu jest biegunem-jak to pokazano na rys.1 i rys.2, b) środek jednej z krawędzi jest biegunem, c) środek jednej ściany wielościanu jest biegunem.

Dla utworzenia np. kopuły, przyjmuje się tylko część jednej z przedstawionych siatek jednowarstwowych lub dwuwarstwowej. W tym celu dokonuje się wyboru węzłów siatek na podparcia, który może wynikać ze względów użytkowych lub/i względów estetycznych (architektonicznych) – wynikających z dążenia do przyjęcia idealnego kształtu geometrycznego. Podparcia kopuły mogą być wybrane w płaszczyźnie równikowej wielościanów lub w jej pobliżu.

Innym zagadnieniem jest sposób podparcia węzłów, który ma wpływ na rozkład sił w prętach, lub nawet na zmianę znaku sił wewnętrznych.

Na rys.3 pokazano schemat 1/5 siatki prętów łączących dwie wyżej opisane siatki sferyczne. Odległość między tymi geometrycznymi siatkami odpowiadającymi dwóm warstwom dwukrzywiznowej konstrukcji inżynierskiej, określona jest relacją promieni współśrodkowych sfer opisujących węzły każdej siatki.

W węzłach każdego przekrycia strukturalnego występują charakterystyczne dla danej siatki lokalne konfiguracje prętów, zwane mikrostrukturą węzła. Rozróżnia się mikrostruktury węzłów warstwy zewnętrznej i wewnętrznej. W rozpatrywanej konstrukcji dwuwarstwowej, której topologię przedstawiono na rys. 3, występują 4 typy mikrostruktur węzłów w warstwie zewnętrznej i 3 typy mikrostruktur węzłów w warstwie wewnętrznej.



rys. 3.

Dla obliczenia współrzędnych prostokątnych poszczególnych węzłów struktury oraz długości poszczególnych grup prętów [4], wyznaczono współrzędne sferyczne węzłów, czyli wierzchołków każdego wielościanu i wyniki zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1.

Wielościan		Współrzędne sferyczne		
		$\varphi$	$\lambda$	
180-ścian	iko-saedr	1	0°	0°
	dodekaedr	2	36°	63° 26' 05,8"
		7	0°	116° 33' 54,2"
		13	0°	37° 22' 38,5"
	32-ścian	18	0°	79° 11' 15,7"
		23	36°	100° 48' 44,3"
		33	36°	20° 04' 36,3"
		38	36°	43° 21' 29,4"
		43	13° 36' 49,7"	59° 00' 28,8"
	60-ścian	53	24° 10' 53,1"	80° 07' 00,7"
63		11° 49' 06,9"	96° 29' 17,9"	
93		0°	0°	
94		36°	63° 26' 05,8"	
240-ścian	iko-saedr	99	0°	116° 33' 54,2"
	dodekaedr	105	0°	37° 22' 38,5"
		110	0°	79° 11' 15,7"
		115	36°	100° 48' 44,3"
	32-ścian	125	36°	31° 43' 02,9"
		130	0°	58° 16' 57,1"
		135	18°	90°
	60-ścian	155	0°	16° 28' 19,9"
		160	24° 48' 00,0"	51° 10' 59,9"
		170	19° 15' 55,9"	69° 28' 58,3"
180		0°	100° 05' 34,2"	
185		36°	79° 54' 25,7"	
190	18°	110° 54' 18,6"		

## LITERATURA:

- [1]. J. Fuliński: "Geometryczne elementy projektowania kratownic powierzchniowych". Z N AR. Nr 64, Wrocław. Mel. XI. 1966. s.8-41.
- [2]. J.Z. Mirski: "Parametry geometryczne 32-ścianów półforemnych". ZN AR. NR 194, Wrocław. Mel. XXXVII. 1990. s.123-133.
- [3]. J.Z. Mirski: "Topologia i geometria konstrukcji prętowych utworzonych z wielościanów prototypowych". ZN AR Nr 193, Wrocław. GiUR.VIII, 1990, s.205-220
- [4]. J.Z. Mirski: "Program obliczeń parametrów geometrycznych konstrukcji prętowych opartych na sferach". ZN AR Nr 188, Wrocław. GiUR.V, 1990, s.261-267.

## ABOUT TWO POLYHEDRONS GENERATED FROM ICOSAHEDRON

In this work the topology of networks is presented of chosen polyhedrons generated by transformations from icosahedron. The ideas of the polyhedron and spherical network are introduced interchangeably because of the identity of polyhedron vertices and truss joints of the spherical network. Each of obtained networks is treated as a full one-layer structure. Then two one-layer networks are placed and nodes are properly connected and as the result the full two-layer structure is produced. In the Table 1 are placed the calculated spherical co-ordinates of nodes, necessary for further computation [4].