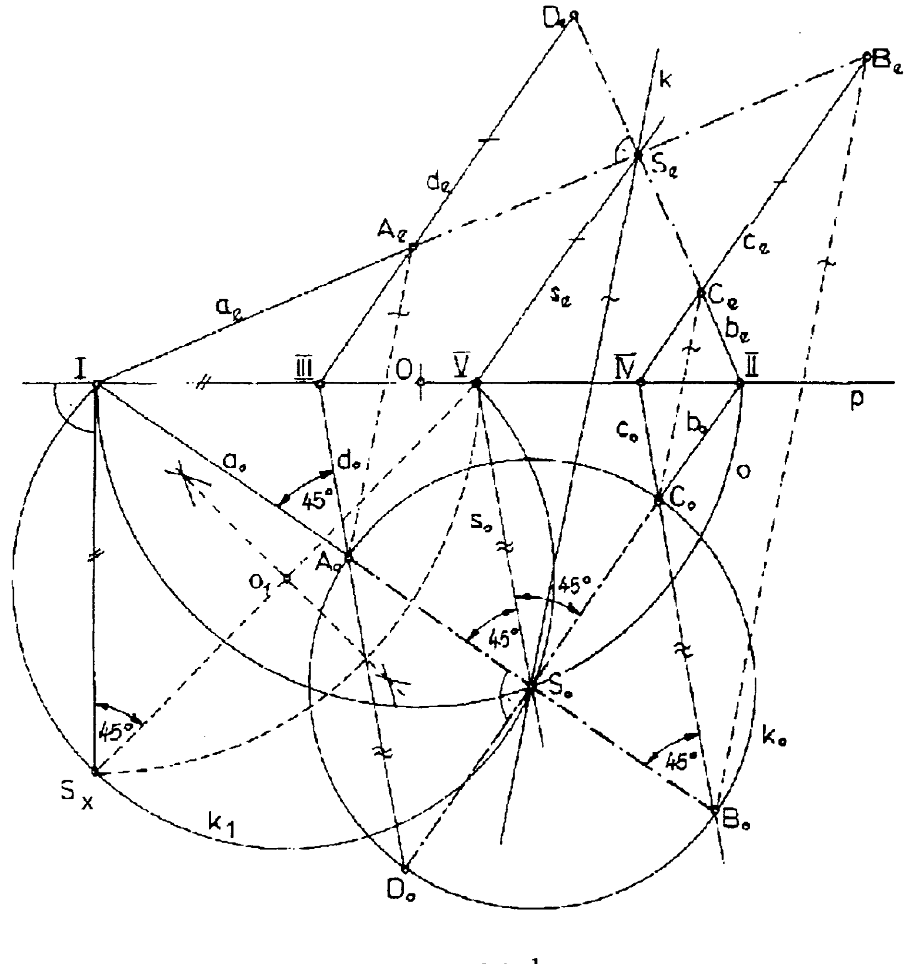
Ryszard HAJDAMOWICZ
Wydział Budownictwa i Architektury
Politechnika Szczecińska

WYZNACZENIE OKRĘGU POWINOWATEGO Z ELIPSĄ OKREŚLONĄ OSIAMI LUB ŚREDNICAMI SPRZĘŻONYMI PRZY PRZYJĘTEJ OSI POWINOWACTWA

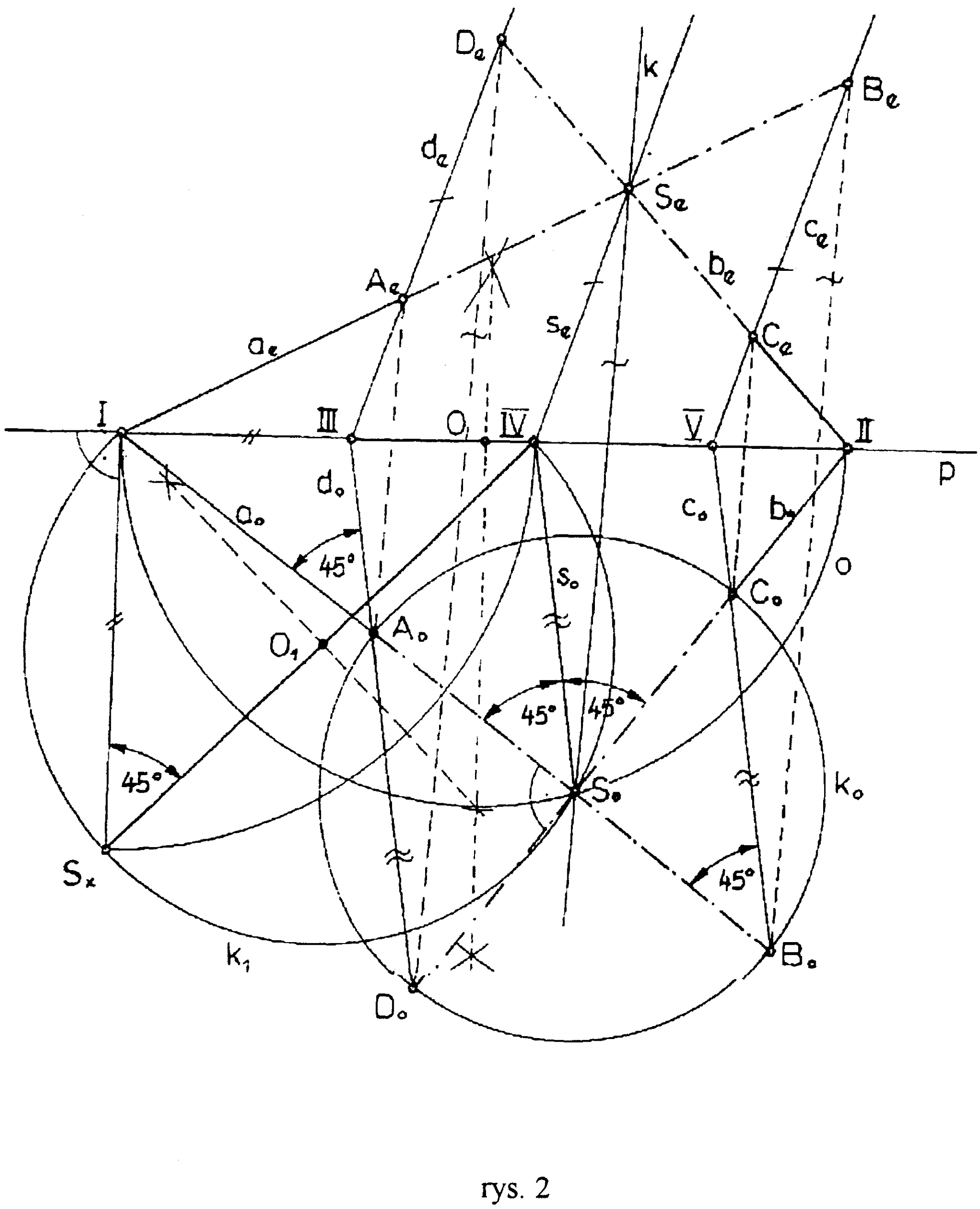
Jak wiadomo, znane są sposoby wzajemnego powinowatego i kolineacyjnego [1], [2], [3], [4] przekształcenia okręgu i elipsy na siebie, łącznie z konstruowaniem odpowiadających sobie wzajemnie średnic sprzężonych i osi przy jednoznacznie określonych elementach omawianego powinowactwa lub kolineacji. W pracy zajęto się wyznaczaniem okręgu powinowatego z daną elipsą, określoną średnicami sprzężonymi lub osiami, przy przyjętej dowolnie osi powinowactwa. Praca nawiązuje do pracy S.Borunia [5], w której autor zajmuje się konstruowaniem okręgu powinowatego z elipsą określoną osiami, i jest jej poszerzeniem, gdyż podaje konstrukcję uogólnioną.



rys. 1

Dla elipsy określonej osiami A_eB_e i C_eD_e i przyjętej dowolnie osi powinowactwa p, (rys.1) konstruujemy najpierw półokrąg o, przechodzący przez punkty $I = p\ A_eB_e$ i $II = p\ C_eD_e$, którego środkiem jest punkt O – środek odcinka $|I\ II|$. Jak wiadomo, każdemu dowolnemu punktowi S'_o należącemu do okręgu o, a przyjętemu za punkt odpowiadający w omawianym powinowactwie środkowi S_e elipsy, odpowiadają prostopadłe proste $a'_o = IS'_o$ i $b'_o = IIS'_o$ – powinowate z prostymi $a_e = IS_e \perp b_e = IIS_e$. Jeżeli jednak w tak określonym powinowactwie punktom A_e *i* B_e – należącym do prostej a_e i punktom C_e i D_e – należącym do prostej b_e, przyporządkujemy punkty A'_o *i* B'_o – należące do prostej a'_o oraz punkty C_o' i D_o' – należące do prostej b'_o, okazuje się, iż odcinki $|A'_oB'_o|$ i $|C'_oD'_o|$ mają różną długość, co oznacza, że nie wyznaczają one okręgu k'_o powinowatego z daną elipsą o osiach A_eB_e i C_eD_e.

W celu wyznaczenia okręgu k_o i jego środka S_o – powinowatego z daną elipsą o osiach A_eB_e i C_eD_e, prowadzimy najpierw proste $c_e = C_eB_e$, $d_e = A_eD_e$ i $s_e \in S_e \| d_e \| c_e$,



rys. 2

przecinające oś powinowactwa p, odpowiednio w punktach $III = pd_e$, $IV = pc_e$ i $V = ps_e$. Ponieważ prostym c_e, d_e i s_e należącym do układu płaskiego elipsy, w układzie okręgu muszą być przyporządkowane proste c_o, d_o i s_o – zawierające z osiami a_o i b_o okręgu k_o kąt 45^o, przeto środek S_o okręgu k_o jednoczy się z wierzchołkiem S_o trójkąta $I\,V\,S_o$, mającego w wierzchołku S_o kąt równy 45^o. Ponieważ miejscem geometrycznym wierzchołków S_x trójkątów $I\,V\,S_x$, mających w wierzchołku kąt równy 45^o, jest okrąg k_1 o środku $O_1 \in (S_xV)$ opisany na równoramiennym trójkącie prostokątnym $S_x\,I\,V$, przeto szukany punkt b – środek okręgu k_o, jest punktem przecięcia się okręgów k_1 i o. Prosta $k = S_eS_o$ określa kierunek omawianego powinowactwa, zaś proste: $A_eA_o \parallel B_eB_o \parallel C_eC_o \parallel D_eD_o \parallel k = S_eS_o$ w przecięciach z prostymi $a_o = IS_o$ i $b_o = IIS_o$ wyznaczają odpowiednie wierzchołki A_o, B_o, C_o i b średnic sprzężonych A_oB_o i C_oD_o okręgu k_o, powinowatego z daną elipsą o osiach A_eB_e i C_eD_e – rys.1.

Przeprowadzając analogiczne do omówionych konstrukcje dla elipsy określonej średnicami sprzężonymi A_eB_e i C_eD_e i przyjętej dowolnie osi powinowactwa p, wyznaczamy okrąg k_o o środku S_o powinowaty z daną elipsą $A_eB_eC_eD_e$, które zobrazowano na rys.2.

LITERATURA:

[1]. B.Grochowski: "Geometria Wykreślna z perspektywą stosowaną", PWN Warszawa 1995.

[2]. S. Szerszeń: „Nauka o rzutach", PWN, Warszawa 1963.

[3]. J. Kaczmarek: „Wyznaczenie osi elipsy kolineacyjnej z danym okręgiem", Zeszyty Naukowe Geometria Wykreślna, nr 3, Warszawa 1964.

[4]. M. Majewski: „Konstrukcje osi elipsy określonej średnicami sprzężonymi, oparte na kolineacyjnym przekształcaniu jej w przyjęty okrąg", Międzyuczelniane Czasopismo Naukowe, Geometria Wykreślna i Grafika Inżynierska, Zeszyt 2, Wrocław 1996.

[5]. S. Boruń: „Konstrukcja okręgu powinowatego do elipsy danej osiami", Zeszyty Naukowe: Wybrane Zagadnienia Geometrii Wykreślnej, Politechnika Krakowska, Kraków 1988.

THE CONSTRUCTION OF A CIRCLE AFFINE WITH AN ELLIPSE DEFINED BY AXES OR BY CONJUGATE DIAMETERS FOR A GIVEN AXIS OF AFFINITY

In the paper arbitrary axes (diameters) of an ellipse and an arbitrary axis of affinity are assumed. Next a circle affine with an ellipse is constructed. The constructions are presented for an arbitrary location of axis of affinity.

Recenzent: prof. Dr inż.Stefan PRZEWŁOCKI