

## PROSTA METODA WYZNACZANIA LINII PRZENIKANIA POWIERZCHNI OBROTOWYCH

Wiadomo, że zbiór punktów wspólnych dwu powierzchni  $\Phi_1$  i  $\Phi_2$  nazywamy *linią przenikania* tych powierzchni. Linia przenikania dwu powierzchni na ogół jest krzywą przestrzenną. W szczególnych przypadkach linia przenikania powierzchni stopnia drugiego rozpada się na dwie stożkowe.

Metody wyznaczania linii przenikania dwu powierzchni  $\Phi_1$  i  $\Phi_2$  opierają się na wprowadzeniu pomocniczych powierzchni, które przecinają dane powierzchnie  $\Phi_1$  i  $\Phi_2$  w możliwie najprostszych zbiorach punktów  $k_1$  i  $k_2$ . Elementy wspólne zbiorów  $k_1$  i  $k_2$  należą do linii przenikania.

Płaszczyzny lub sfery używane są najczęściej jako te pomocnicze powierzchnie:

- 1) płaszczyzny tnące obieramy tak, aby uzyskane przekroje obu powierzchni (proste lub okręgi) były łatwe do wykreślenia w rzutach,
- 2) sfery obieramy tak, aby linie przenikania sfer z danymi powierzchniami były okręgami [2].

Wyznaczając linie przenikania za pomocą sfer możemy się posłużyć:

- 1) sferami o stałym środku,
- 2) sferami o zmiennym środku.

Wyznaczanie linii przenikania metodą sfer o stałym środku stosujemy jeżeli:

- 1) powierzchnie są obrotowe,
- 2) osie powierzchni wyznaczają płaszczyznę równoległą do rzutni.

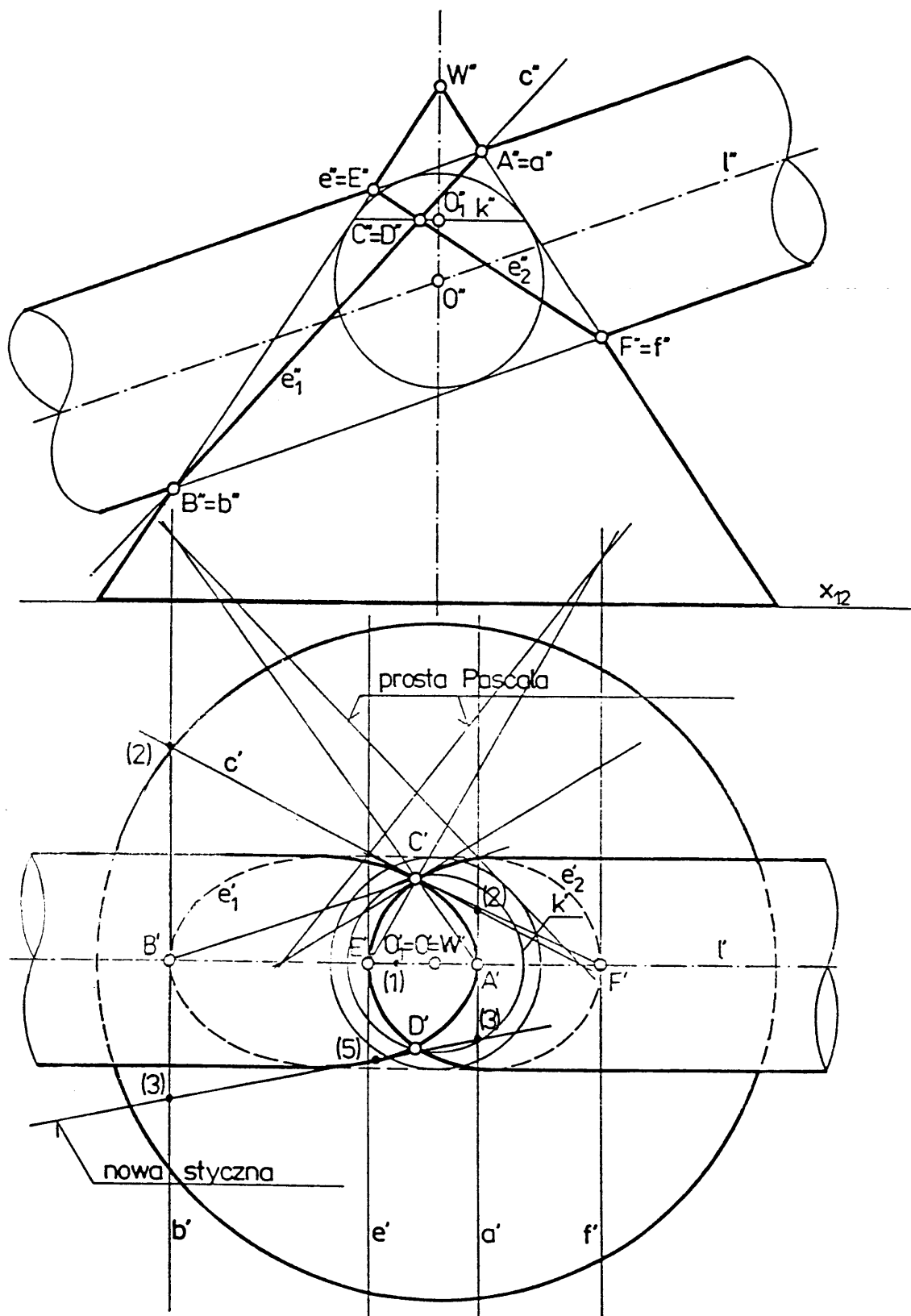
Metodę sfer o zmiennym środku można stosować jeśli:

- 1) oś powierzchni obrotowej jest równoległa do rzutni,
- 2) na drugiej powierzchni istnieje taka rodzina okręgów, że proste przechodzące przez ich środki i prostopadłe do płaszczyzn okręgów są równoległe do rzutni i przecinają oś powierzchni obrotowej.

W szczególnych przypadkach jeśli linia przenikania dwu powierzchni obrotowych rozpada się na dwie stożkowe uniwersalna konstrukcja stożkowych jest bardzo dogodna.

Pokażemy w jaki sposób można wyznaczyć linię przenikania stożka i walca, opisanych na tej samej sferze (rys. 1).

Linia przenikania posiada płaszczyznę symetrii. Rzutem pionowym linii przenikania są dwa odcinki  $A''B''$  i  $E''F''$ , które są rzutami dwóch elips  $e_1$  i  $e_2$ . Elipsa  $e_1$  w rzucie poziomym przechodzi przez rzuty poziome punktów  $A$  i  $B$  (jest styczna w tych punktach do prostych celowych  $a$  i  $b$ ) oraz przez punkty  $C$  i  $D$  przecięcia się elips. Punkty  $C$ ,  $D$  znajdujemy na okręgu  $k$  sfery. W rzucie poziomym 6 elementów (punkty  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  oraz styczne  $a'$  i  $b'$ ) leży na tej samej stożkowej. Eliminując z tych elementów jeden z punktów ( $C'$  lub  $D'$ ) otrzymujemy niekompletną konfigurację Pascala-Brianchona, którą uzupełniamy o styczną  $c'$  korzystając z prostej Pascala. Punkty  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  tworzą trójkąt wpisany w stożkową, styczne  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ , - trójkąt opisany. Stożkową wyznaczamy w następujący sposób:



Rys.1. Linia przenikania stożka i walca, opisanych na tej samej sferze

na boku trójkąta np.  $A'B'$  obieramy pomocniczy punkt (1) ; styczna  $c'$  w przeciwległym wierzchołku  $C'$  przecina się z pozostałymi stycznymi w punktach (2) , które połączone z punktem (1) dają proste przecinające pozostałe styczne w punktach (3). Łącząc punkty (3) ze sobą otrzymujemy nową styczną. Prosta  $C'(1)$  wyznacza na niej punkt stożkowej. Zmieniając położenia punktu (1) na bokach trójkąta  $A'B'C'$  wyznaczamy dowolną liczbę stycznych i punktów stożkowej  $e_1'$ .

Wyeliminowanie jednej stycznej z wymienionych wyżej 6 elementów daje niekompletną konfigurację Maclaurina, którą uzupełniamy o trzy styczne korzystając z trójkąta samosprężonego. Wystarczy punkty tej niekompletnej konfiguracji połączyć z punktami wspólnymi danej stycznej i boków trójkąta samosprężonego , aby otrzymać brakujące trzy styczne konfiguracji Maclaurina. Animowanie konfiguracji pozwala w sposób ciągły i bez kreślenia pomocniczych linii wyznaczyć dalsze styczne i ich punkty styczności.

Elipsę  $e_2'$  wykreślamy w sposób analogiczny.

#### LITERATURA:

- [1]. L. Czech, W. Ambicki: "Wykład o uniwersalnej konstrukcji stożkowych", Skrypt Politechniki Krakowskiej, Kraków 1998 r.,
- [2]. W. Jankowski : „Geometria wykreślna”, PWN Warszawa 1981.

#### A SIMPLE METHOD OF DRAWING A LINE OF INTERSECTION OF SURFACES OF REVOLUTION CIRCUMSCRIBED ON THE SAME SPHERE

This paper shows how to draw a line of intersection of cone and cylinder circumscribed on the same sphere, using universal construction of conics.