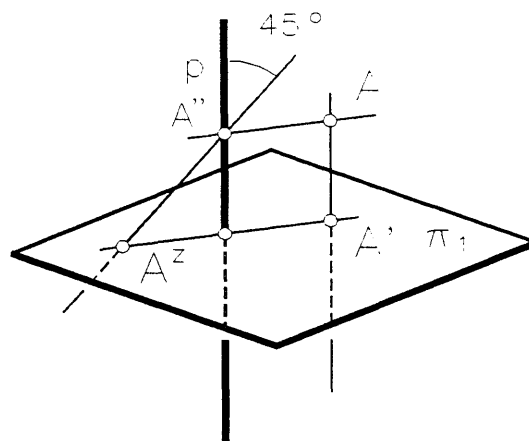


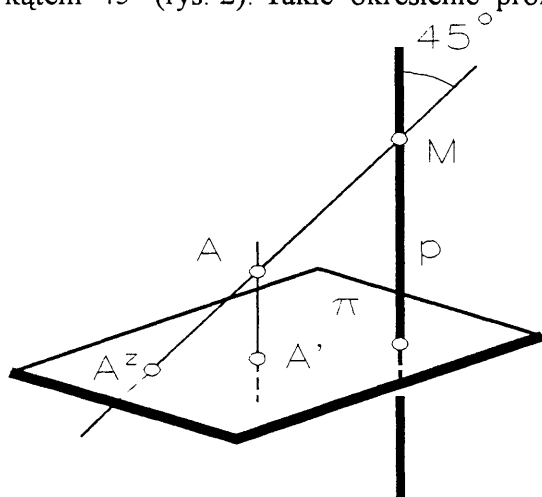
O PEWNEJ MODYFIKACJI RZUTU ZDEGENEROWANEGO

W pracy [4] prof. M. PALEJ zaproponował pewną modyfikację rzutowania w metodzie Monge'a poprzez zastąpienie rzutni pionowej π_2 prostą prostopadłą p do rzutni poziomej π_1 (rys. 1). Rzut zdegenerowany A^z punktu A , będący odpowiednikiem rzutu pionowego w metodzie Monge'a, jest punktem przebiecia rzutni poziomej promieniem pionowo-rzutującym, załamany w punkcie przecięcia prostej p pod kątem 45° . Rzut poziomy punktu jest identyczny z rzutem poziomym w metodzie Monge'a.

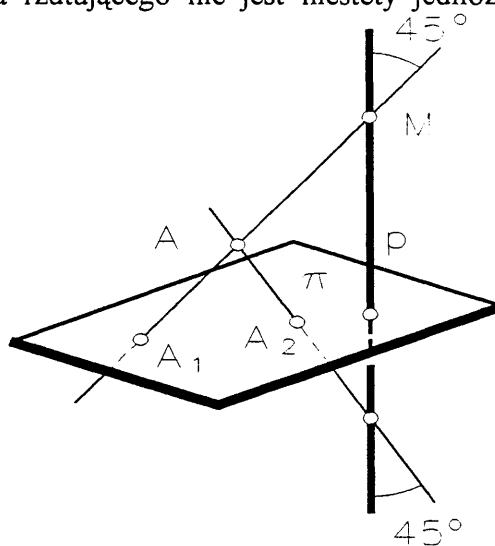


rys. 1.

Zaproponowane przez prof. M. PALEJA przekształcenie można poddać kolejnej modyfikacji poprzez rezygnację z poziomej części promienia rzutującego. Promień rzutujący dowolny punkt A będzie zatem prostą przechodzącą przez punkt A i przecinającą prostą p pod kątem 45° (rys. 2). Takie określenie promienia rzutującego nie jest niestety jednoznaczne,



rys. 2



rys. 3

przez dowolny punkt właściwy nie leżący na prostej p przechodzą zawsze dwie różne proste tworzące z prostą p kąt 45° (rys.3). Dokonajmy zatem kolejnej modyfikacji przekształcenia poprzez przyjęcie założenia, że przez punkt przechodzą dwa promienie rzutujące. Ostatecznie otrzymujemy następującą definicję rozważanego odwzorowania, które będziemy dalej nazywać rzutem osiowym:

DEFINICJA: *Obrazami dowolnego punktu A nie należącego do rzutni π w rzucie osiowym nazywamy punkty przebicia A_1 i A_2 rzutni prostymi, przechodzącymi przez punkt A i tworzącymi z prostą p kąt 45° .*

Wprowadzone przekształcenie jest odwzorowaniem dwuobrazowym - dowolnemu punktowi w położeniu ogólnym odpowiadają dwa różne punkty. Oczywiście możliwe jest rozpatrywanie przypadku ogólniejszego, w którym prosta p może mieć dowolny kąt z płaszczyzną rzutni π a promień rzutujący dowolny kąt z prostą p .

Zwróćmy uwagę, że promienie rzutujące punkty przestrzeni i przecinające prostą p w pewnym ustalonym punkcie tworzą powierzchnię stożkową obrotową Γ , której osią jest prosta p . Każdy z promieni rzutujących musi być równoległy do jednej z tworzących powierzchni Γ . Płaszczyzna ω^∞ przecina powierzchnię stożkową Γ w stożkowej niewłaściwej s^∞ . Każdy z promieni rzutujących punkty przestrzeni przecina stożkową s^∞ i prostą p , ogół promieni rzutujących tworzy zatem kongruencję prostych rzędu i klasy II.

Stożkowa s^∞ i prosta p rozpatrywane łącznie tworzą krzywą skośną rzędu III, promienie rzutujące są dwusiecznymi tej krzywej. Rzut punktów przestrzeni z krzywej skośnej nieznieskształconej rzędu III był rozpatrywany przez W.STANKIEWICZA [5] a przypadek szczególny, w którym krzywa rzędu III rozpada się na stożkową i przecinającą ją w jednym punkcie prostą był badany przez B.GROCHOWSKIEGO [1] i A.KOCHA [2]. W przypadku ogólnym jest to rzut IV stopnia, w którym obrazem krzywej płaskiej stopnia n jest krzywa płaska stopnia $4n$.

Rozpatrywany przypadek jest o tyle interesujący, że obrazem prostej w położeniu ogólnym jest krzywa płaska rzędu IV przypominająca konchoidę Nikomedesa. Wprowadźmy układ współrzędnych prostokątnych tak, aby oś z układu jednoczyła się z prostą p . W tak przyjętym układzie współrzędnych obrazem punktu A o współrzędnych (x, y, z) będą punkty A_1 i A_2 współrzędnych:

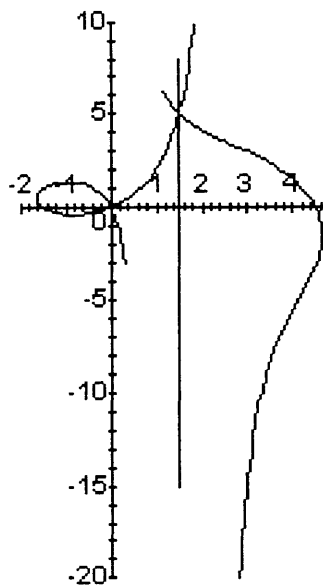
$$x'_{1,2} = x \pm \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad y'_{1,2} = y \pm \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Jeśli założymy, że prosta α , której obraz wyznaczamy, posiada równania $x = p$, $z = ky + c$, to równanie krzywej, będącej jej obrazem, ma postać (we współrzędnych biegunowych):

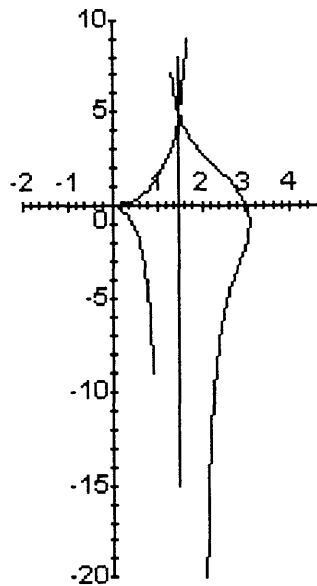
$$\rho = \frac{p}{\cos \varphi} \pm (kp \tan \varphi + c). \text{ Porównując otrzymane równanie z równaniem konchoidy}$$

$$\text{Nikomedesa } \rho = \frac{p}{\cos \varphi} \pm c \text{ stwierdzamy, że obydwa równania różnią się tylko wyrażeniem}$$

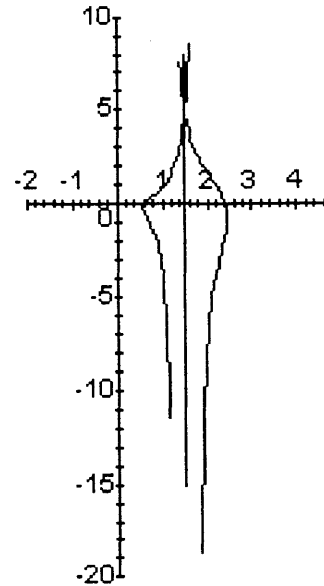
$kp \tan \varphi$. Na rysunkach 4 - 6 zamieszczono trzy przykłady otrzymanych krzywych dla różnych położen prostych rzutowanych.



rys. 4



rys.5



rys.6

Literatura:

- [1]. B. Grochowski: "Punkty wielokrotne rzutu skośnego III stopnia krzywej n-tego stopnia." Mat. Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Dydaktycznej Geometrii Rzutowej i Wykreślnej, Kielce 1979.
- [2]. A. Koch: "Powierzchnie prostokątne w dwuobrazowym modelu odwzorowania liniowego". ZN AGH, Opuscula Mathematica nr 3, Kraków 1988.
- [4]. M. Palej: "Degeneracja rzutni w metodzie Monge'a." Biuletyn Polskiego Towarzystwa Geometrii i Grafiki Inżynierskiej nr 2, Gliwice, 1996.
- [5]. W. Stankiewicz: "Rzut przestrzeni z krzywej przestrzennej stopnia trzeciego." ZN Geometria wykreślna, nr IV, Warszawa- Poznań 1966.

ON SOME MODIFICATION OF THE DEGENERATED PROJECTION

The article presents a modification of the so-called degenerated projection, proposed originally by M.Palej. The projector consists of the projection plane π and the straight line p perpendicular to the plane π . The image of an arbitrary point A of space is constructed in the following way. There are two projecting rays that pass through the point A and intersect the straight line p , and include an angle 45° with p . The traces A_1 and A_2 of the projecting rays in the plane π form images of the point A in the considered projection.