

PROTOTYPOWE SIATKI DWUWARSTWOWE POWSTAŁE Z PRZEKSZTAŁCENŃ CZWOROŚCIANU FOREMNEGO

Praca dotyczy siatek dwuwarstwowych, które mogą stanowić zasadę geometryczną konstruowania przekryć kratownicowych, tarczownicowych itd. Punktem wyjściowym rozważań jest czworościan foremny. Trójkąty równoboczne stanowiące ściany tego czworościanu są dzielone na mniejsze trójkąty [1], na jeden z trzech sposobów podanych w pracach [2] i [3]. Tak otrzymany podział rzutowany jest na sferę opisaną na czworościanie, ze środka sfery. W otrzymanej siatce sferycznej łuki okręgów zastępowane są cięciwami, co daje pewien wielościan wpisany w tę sferę. Wielościan ten poddawany jest dalszym przekształceniom, co w konsekwencji prowadzi do skonstruowania siatki dwuwarstwowej. W tej pracy podano trzy przykłady takiej konstrukcji wychodząc z jednego z możliwych podziałów trójkąta równobocznego.

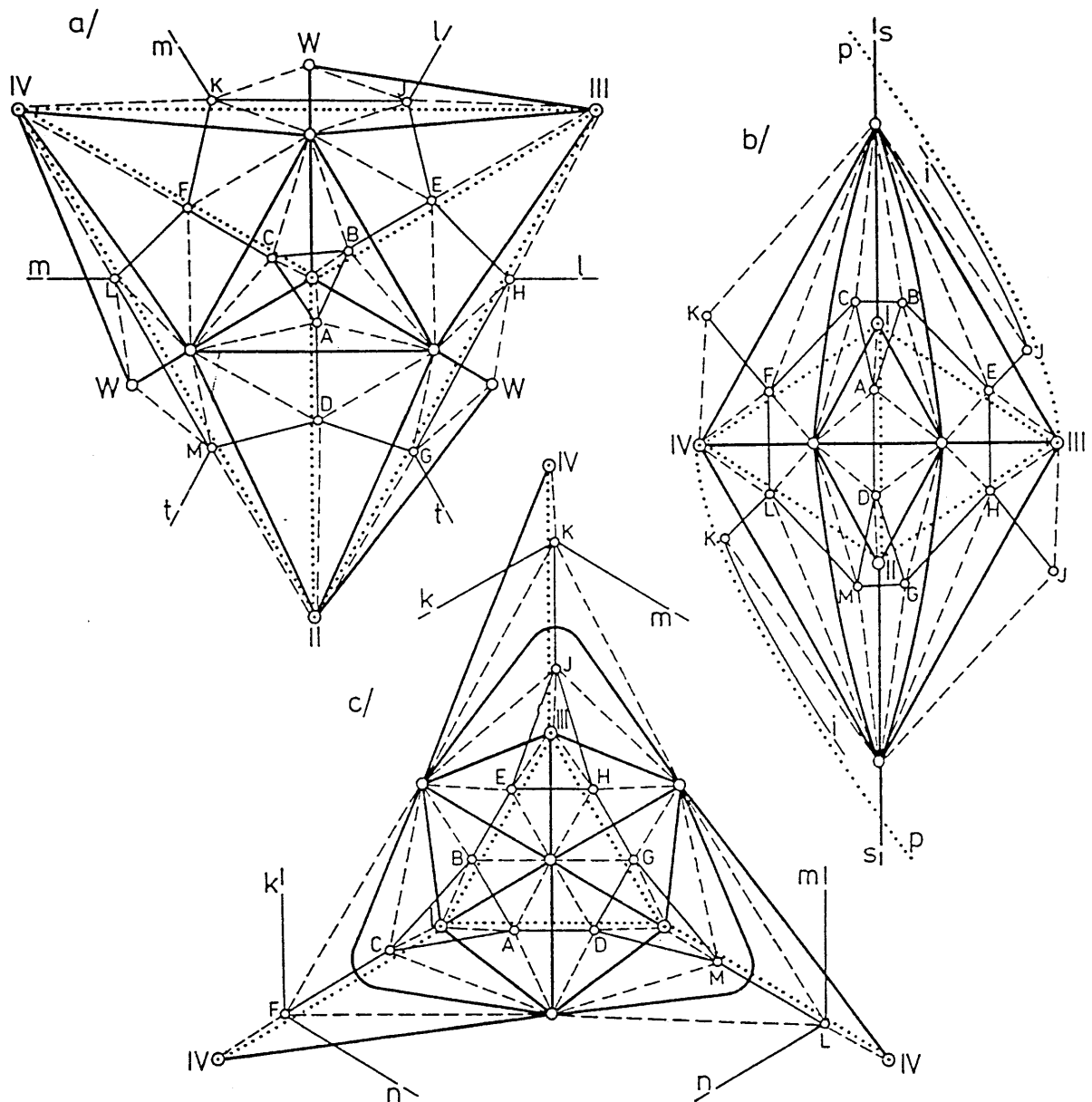
Gdy N oznacza liczbę ścian wielościanu wyjściowego, wówczas z przekształcenia I rodzaju według wzoru [3] wynikają następujące prototypy dwuwarstwowych konstrukcji generowanych z czworościanu foremnego:

- przekształcenie 12-ścianu trójkątego w 36-ścian trójkątowy, rys. 1,
- przekształcenie 12-ścianu trójkątego w 48-ścian trójkątowy, rys. 2,
- przekształcenie 36-ścianu trójkątego w 48-ścian trójkątowy, rys. 3.

Schematy na rysunkach 1, 2 i 3 wykonano przy uwzględnieniu trzech możliwych ustawień każdego wielościanu względem osi środkowej tak, aby odpowiednie grupy wierzchołków były na wspólnym poziomie.

1. Pierwszy rodzaj przekształcenia prototypowego.

Przekształcając 4-ścian foremny w I rodzaju, otrzymuje się w efekcie przekształcenia ten sam wielościan. Z tego powodu przy rozważaniu siatek dwuwarstwowych tworzonych z 4-ścianu foremnego zachodzi konieczność posłużenia się wielościanem o większej liczbie ścian. Dlatego jako prototyp I rodzaju wzięto przekształcenie 12-ścianu w 36-ścian (tabl. 1 i 2 w pracy [3]). Dwunastościan powstaje według II sposobu przekształcenia 4-ścianu foremnego (jak na rys. 3 w pracy [3]) przez podział wysokościami czterech trójkątów płaskich i wyeliminowanie siatki sferycznej tego 4-ścianu. Otrzymuje się w ten sposób 12 trójkątów równoramiennych, jak na rys. 1. Ten 12-ścian ma 8 wierzchołków i 18 krawędzi. Teraz na każdej ścianie 12-ścianu trójkątego ustawia się takie ostrosłupy, których wierzchołki leżą na wspólnej sferze tak, aby tworzyły one po odpowiednim połączeniu cztery sześciokąty foremne i cztery trójkąty równoboczne. Otrzymuje się w ten sposób 8-ścian półforemny o 12 wierzchołkach i 18 krawędziach. Ten 8-ścian półforemny jest siatką macierzystą 36-ścianu trójkątego. Aby otrzymać pełną formę 36-ścienną, tzn. wielościan trójkątowy, należy 4 trójkąty równoboczne zamienić na 12 trójkątów równoramiennych, a 4 sześciokąty zamienić na 24 trójkąty równoramienne. Przy tej zamianie wszystkie dodatkowe wierzchołki powinny leżeć na wspólnej, współśrodkowej sferze z wierzchołkami 8-ścianu półforemnego. Trzydziestosześcian trójkątowy ma 20 wierzchołków i 54 krawędzie.



Oznaczenia :

- krawędzie 4-ścianu / edges of the 4-polyhedron,
- krawędzie 12-ścianu / edges of the 12-polyhedron,
- krawędzie 8-ścianu / edges of the 8-polyhedron,
- łączniki / connections

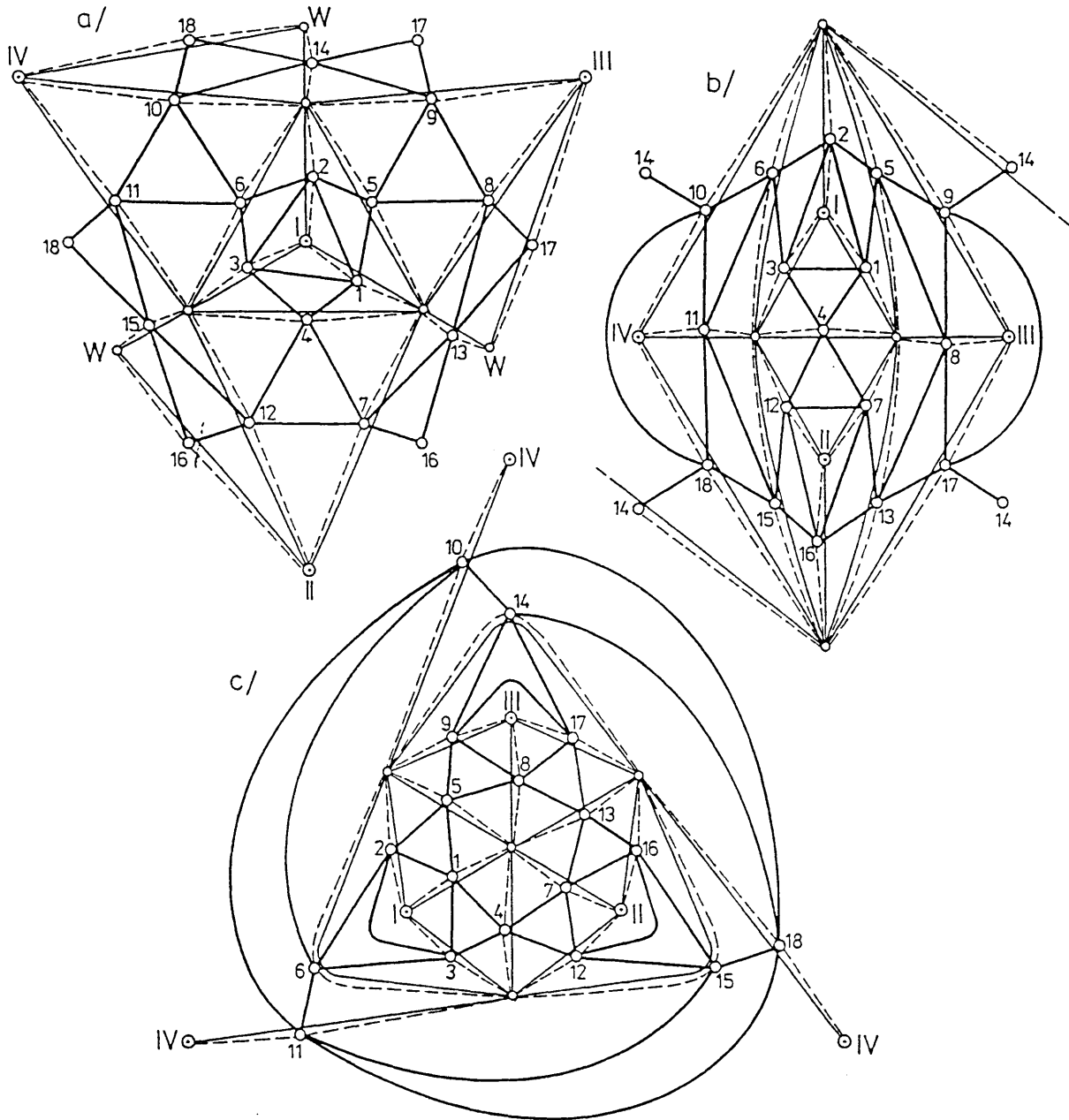
Rys. 1. Schemat ideowy prototypowego przekształcenia I rodzaju 12-ścianu w 8-ścian półforemny, tj. siatki macierzystej 36-ścianu trójkątego, w trzech ustawieniach względem osi środkowej.

Krawędzie ostrosłupów postawionych na ścianach 12-ścianu stanowią pręty łączące dwie warstwy, tj. warstwę 8-ścianu półforemnego i 12-ścianu trójkątego. Na rys. 1 linie przerywane oznaczają zarówno pręty łączące dwie warstwy, jak i uzupełniające krawędzie, zamieniające 8-ścian w 36-ścian trójkątowy.

W ustawieniu na rys. 1a jedna ze ścian 4-ścianu foremnego jest ustawiona w najniższym położeniu poziomym, a jeden z wierzchołków 4-ścianu jest najwyżej położony. Gdy ściana 4-ścianu jest w najwyższym położeniu poziomym, a przeciwnie do niej wierzchołek

jest w położeniu najniższym, wówczas schemat prototypowej siatki dwuwarstwowej powstałej z przekształcenia 4-ścianu foremnego jest w ustawieniu na rys. 1c. W trzecim ustawieniu, jak na rys. 1b, dwie krawędzie 4-ścianu są na przeciwległych poziomach i są do siebie prostopadłe.

2. Drugi rodzaj przekształcenia prototypowego.



Oznaczenia :

- krawędzie 12-ścianu / edges of the 12-polyhedron,
- krawędzie 20-ścianu / edges of the 20-polyhedron,
- łączniki / connections .

Rys. 2. Schemat ideowy prototypowego przekształcenia II rodzaju 12-ścianu w 20-ścian nieforemny, tj. siatki macierzystej 48-ścianu trójkątego, w trzech ustawieniach względem osi środkowej.

Drugi rodzaj przekształcenia 4-ścianu foremego w 16-ścian (z tabl. 2 w pracy [3]) również nie daje czytelnego obrazu konstrukcji dwuwarstwowej. Dlatego zamiast z 4-ścianu foremego lepiej wyjść z 12-ścianu trójkąowego, który powstaje tak jak to podano w I rodzaju przekształcenia. Przez środki krawędzi tego 12-ścianu prowadzimy promienie wielościanu i na nich w równych odległościach (od środka wielościanu) obiera się wierzchołki, które po połączeniu jak na rys. 2, utworzą 20-ścian nieforemny. Ten 20-ścian ma 4 sześciokąty powstające w miejsce ścian 4-ścianu, 4 trójkąty równoboczne powstające w miejsce 4 wierzchołków 4-ścianu i 12 trójkątów równoramiennych, powstających w miejsce krawędzi 4-ścianu, jak na rys.2. Utworzony 20-ścian nieforemny jest siatką macierzystą 48-ścianu. Zamieniając tę siatkę macierzystą na 48-ścian trójkąowy, otrzymujemy w miejsce sześciokątów 24 trójkąty, a w miejsce trójkątów równobocznych powstanie 12 trójkątów równoramiennych.

Łącząc odpowiednio wierzchołki siatki 12-ściennej z siatką macierzystą 48-ścianu, otrzymujemy konstrukcję dwuwarstwową. Na rys.2 linie przerywane są jednocześnie krawędziami uzupełniającymi, zamieniającymi 20-ścian nieforemny w 48-ścian trójkąowy.

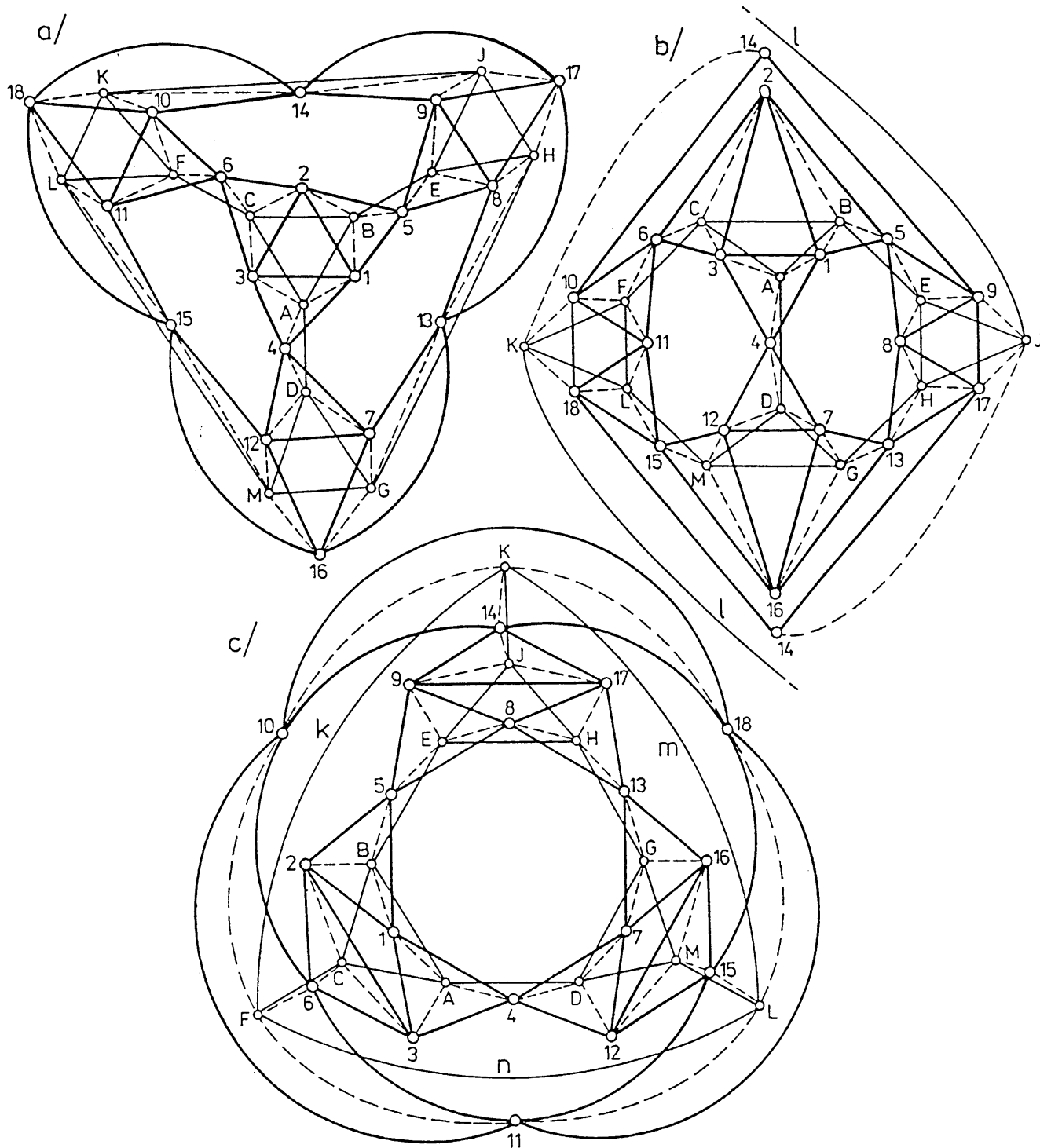
3. Trzeci rodzaj przekształcenia prototypowego.

W trzecim rodzaju przekształcenia jako prototyp przyjęto przekształcenie 36-ścianu trójkąowego w 48-ścian trójkąowy (zgodnie z tabl. 2 w pracy [3]).

Siatką macierzystą 36-ścianu trójkąowego jest 8-ścian półforemny, który powstaje tak jak to opisano w I rodzaju przekształcenia na rys.1. Wielościan ten ma 8 wierzchołków i 18 krawędzi. Pełną formę 36-ścienną otrzymujemy tak jak to opisano w I rodzaju przekształcenia.

Ze środka 8-ścianu półforemego rzucamy środki jego krawędzi jak na rys. 3 na współśrodkową sferę (z tym 8-ścianem) otrzymując wszystkie 18 wierzchołków i 36 krawędzi powstałego w ten sposób 20-ścianu nieforemego, będącego siatką macierzystą 48-ścianu trójkąowego. Ten 20-ścian składa się z 4 trójkątów równobocznych, 12 trójkątów równoramiennych i 4 sześciokątów równobocznych. Aby otrzymać pełną formę 48-ścienną, tzn. wielościan trójkąowy należy 4 trójkąty równoboczne zamienić na 12 trójkątów równoramiennych, a 4 sześcioboki zamienić na 24 trójkąty. Przy tej zamianie wszystkie dodatkowe wierzchołki powinny leżeć na wspólnej, współśrodkowej sferze z wierzchołkami wyżej podanego 20-ścianu.

Każdemu trójkątowi 8-ścianu półforemego odpowiada trójkąt równoboczny siatki macierzystej 48-ścianu. Każdemu wierzchołkowi 8-ścianu półforemego odpowiada 12 trójkątów równoramiennych siatki macierzystej 48-ścianu.



Oznaczenia :

- krawędzie 8-ścianu / edges of the 8-polyhedron,
- krawędzie 20-ścianu / edges of the 20-polyhedron,
- łączniki / connections .

Rys. 3. Schemat ideowy prototypowego przekształcenia III rodzaju 8-ścianu półforemnego, tj. siatki macierzystej 36-ścianu trójkątego w 20-ścian nieforemny, tj. siatkę macierzystą 48-ścianu trójkątego, w trzech ustawieniach względem osi środkowej.

LITERATURA

- [1] J.FULIŃSKI: Geometryczne elementy projektowania kratownic powierzchniowych.
ZN AR. Melioracja XI. Wrocław 1966.
- [2] J.FULIŃSKI: Geometryczne elementy projektowania konstrukcji przestrzennych. S. AR.
Nr 272 Wrocław 1983
- [3] J.MIRSKI: Tworzenie siatek dwuwarstwowych z przekształceń czworoboku foremne-
go. ZN PŚk. Bud. 34. Kielce 1996.

PROTOTYPE OF TWO-LAYER NETWORKS MADE BY TRANSFORMATION OF REGULAR TETRAHEDRON

The kind of polyhedrons prototype generating two-layer constructions, depending on the kind of tetrahedron transformation and its position towards the axis is presented.