

Z CYKLU: KONSTRUKCJE W CABRI STOŻKOWE – cz. I

ZAPRASZAMY WSZYSTKIE OSOBY ZAINTERESOWANE PROGRAMEM „CABRI GEOMETRE II ” DO WSPÓLREDAGOWANIA TEGO CYKLU.

Francuski program komputerowy CABRI GEOMETRE II, od czasu kiedy opracowano wersję działającą w środowisku Windows, znajduje się coraz częściej w polu zainteresowań osób zajmujących się geometrią wykreślną.

Jest on wykorzystywany zarówno do celów dydaktycznych, jako pomoc w wykonywaniu rysunków konstrukcyjnych jak też do rozważań naukowych. Istnienie funkcji „miejsce geometryczne” sprawia, że jest on szczególnie przydatny do generowania krzywych i wyznaczania miejsc geometrycznych.

Ze względu na niską cenę, małe wymagania sprzętowe oraz łatwość obsługi program ten zyskuje na popularności.

Chcąc przybliżyć użytkownikom CABRI II zakres tematyczny, realizowany przez kolegów oraz umożliwić przedstawianie i popularyzowanie nawet drobnych problemów rozwiązanych przy użyciu CABRI II, głównie otwieramy ten cykl, zachęcając do uczestniczenia w jego redagowaniu.

Część I proponujemy wypełnić konstrukcjami dotyczącymi krzywych stopnia drugiego. Przewidujemy tutaj przedstawianie sukcesywnie, w kolejnych numerach Biuletynu, konstrukcji związanych z elipsą, parabolą i hiperbolą oraz konstrukcje dotyczące wszystkich rodzajów stożkowych.

Konstrukcje te oparte są o podstawowe wiadomości z geometrii rzutowej jak konstrukcja prostej Pascala, czy uzupełnianie „czwórki harmonicznej”.

W bieżącym numerze przedstawiamy kilka makrokonstrukcji pozwalających na automatyczne wyznaczanie elementów dotyczących elipsy.

Przedstawione rozwiązania pokazują algorytm powstawania makrokonstrukcji, mogą więc również służyć jako pomoc dydaktyczna dla studentów przy rozwiązywaniu podobnych przykładów.

Użytkownicy programu „CABRI GEOMETRE II” (for Windows) mogą bezpośrednio skorzystać z plików zawierających makrokonstrukcje, które są zamieszczone w Internecie na stronie: <http://157.158.46.39/ptgigi/programs/cabri.htm>

ELIPSA

W chwili obecnej dla tego tematu opracowane są następujące makrokonstrukcje:

1. **Konstrukcja prostej stycznej do elipsy w danym jej punkcie**
2. **Konstrukcja elipsy określonej czterema punktami i prostą styczną w jednym z nich,**
3. **Konstrukcja Ritz'a.**
4. Konstrukcja średnic sprzężonych elipsy określonej czterema punktami i prostą styczną w jednym z nich
5. Konstrukcja elipsy dla danych średnic sprzężonych
6. Konstrukcja prostych stycznych do elipsy z punktu zewnętrznego
7. Konstrukcja średnic sprzężonych elipsy określonej pięcioma punktami
8. Konstrukcja osi elipsy określonej pięcioma punktami
9. Konstrukcja prostych stycznych do elipsy w danych dwóch punktach elipsy.

Rozwiązano również dwa znane z literatury zadania (E.OTTO „Krzywe stożkowe” PZWS W-wa 1971 str.107). Przygotowane są konstrukcje dotyczące paraboli i hiperboli.

Konstrukcje te mogą stanowić bazę do opracowania innych, kolejnych zagadnień związanych z krzywymi stopnia drugiego. Na podstawie tych konstrukcji można z łatwością opracować podobne, przy przyjęciu innych założeń.

Nazwa każdej makrokonstrukcji (wytluszczoną czcionką) odpowiada w skrócie zawartej w niej treści np.: „**El_st.do el. z P.mac**” co oznacza „Konstrukcja prostych stycznych do elipsy z punktu zewnętrznego P ”. Nazwy podane w nawiasach odpowiadają nazwom plików związanych z tą makrokonstrukcją. Pliki z rozszerzeniem „fig” zawierają rysunki założeń, konstrukcji i uzyskanego rezultatu, natomiast pliki z rozszerzeniem „mac” zawierają samą makrokonstrukcję.

Dla każdego zadania opracowano oddzielną stronicę (kartę) o jednakowym następującym układzie:

1,2,3... nazwa opisowa tematu.

a/ skrótowa nazwa makrokonstrukcji (wytluszczoną czcionką) oraz w nawiasie nazwy plików z nią związanych.

b/ opis założeń do tematu podający elementy dane oraz kolejności „kliknięć” dla makrokonstrukcji.

.... rysunek elementów danych ze wskazaniem kolejności „kliknięć” w realizacji makrokonstrukcji. Nazwa tego rysunku kończy się zawsze oznaczeniem „..._m”.

c/ algorytm powstawania konstrukcji „krok po kroku”.

.... rysunek pokazujący powstawanie makrokonstrukcji. Nazwa tego rysunku kończy się zawsze oznaczeniem „..._k”.

.... rysunek pokazujący wynik otrzymany za pomocą makrokonstrukcji.

d/ opis uzyskanego rezultatu.

Znajomość pięciu punktów stożkowej pozwala ją wykreślić automatycznie za pomocą opcji „conic” programu CABRI II.

W innych przedstawionych tu przypadkach należy wyznaczyć najpierw brakujący punkt (nazwany punktem 6) na przyjętej prostej q . Następnie korzystając z opcji „locus” umieszczając zmienny punkt Q na prostej q (lub okręgu \hat{q}) można automatycznie wykreślić stożkową. Polecenie wykreślenia elipsy jest ujęte w makrokonstrukcji.

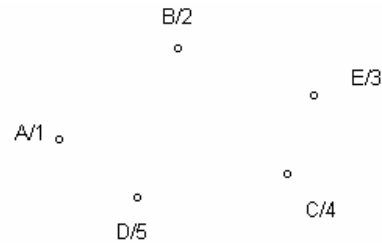
W bieżącym numerze przedstawiono trzy pierwsze makrokonstrukcje.

1. Konstrukcja prostej stycznej do elipsy w danym jej punkcie

a/ „El_pas_st w p el.mac” („El_pas_st w p el_m.fig”, „El_pas_st w p el_k.fig”, „El_pas_st w p el.fig”).

b/ Założenia:

dane punkty elipsy A, B, C, D, E
 Kolejność dla makrokonstrukcji
 (1,2,3,4,5,6)

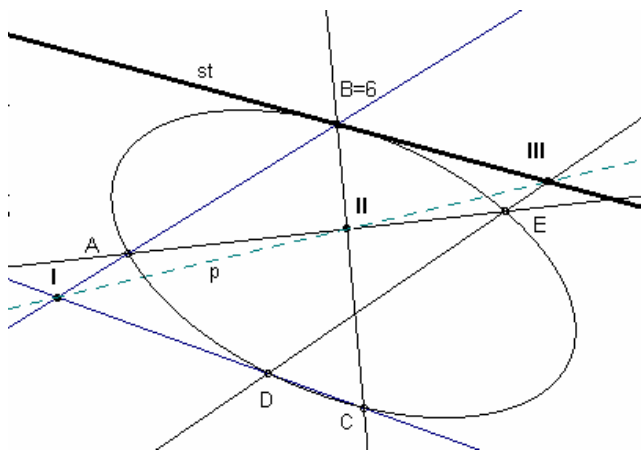


rys. El_pas_st w p el_m

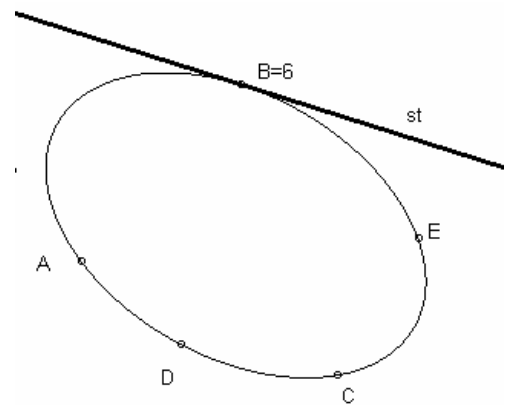
c/ Konstrukcja:

punkt 6 za pomocą prostej Pascala dla $AB6/CDE$:

- $AB \cap CD = I$
- $AE \cap C6 = II$
- $I, II = p =$ prosta Pascala
- $ED \cap p = III$
- $BIII = st$
- rysunek elipsy – „conic” dla punktów A, B, C, D, E



rys. El_pas_st w p el_k



rys. El_pas_st w p el

d/ Rezultat – rys. El_pas_st w p el:

dla danych pięciu punktów stożkowej, stosując makrokonstrukcję „El_pas_st w p el.mac” otrzymuje się rysunek elipsy.

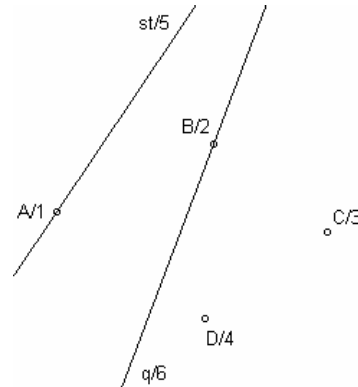
2. Konstrukcja elipsy określonej czterema punktami i prostą styczną w jednym z nich

a/ „El_pas_st_pkt6.mac” („El_pas_st_pkt6_m.fig”, „El_pas_st_pkt6_k.fig”, „El_pas_st_pkt6.fig”).

b/ Założenia:

dane punkty elipsy A, B, C, D , prosta st styczna do elipsy w punkcie A oraz prosta q przechodząca przez punkt B .

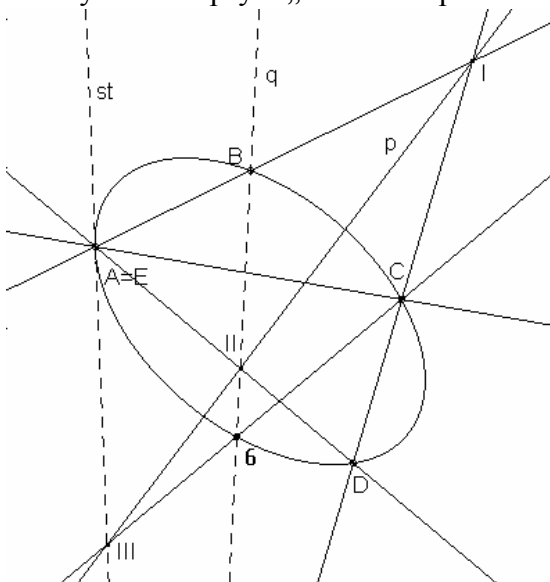
Kolejność dla makrokonstrukcji (1,2,3,4,5,6)



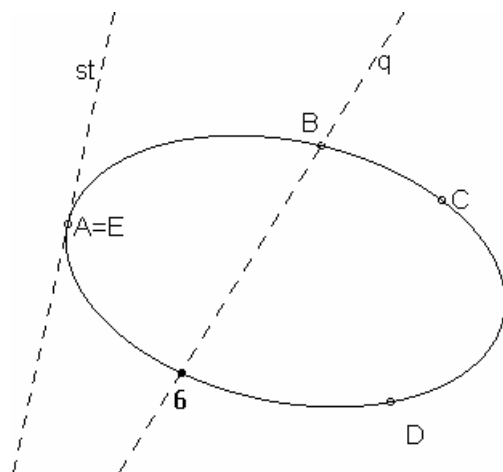
rys. El_pas_st_pkt6_m

c/ Konstrukcja:

- punkt 6 za pomocą prostej Pascala dla $AB6 / CDE$:
- $AB \cap CD = I$
- $B6 \cap DE = II \quad B6 = q$
- $AE \cap C6 = III \quad AE = st \quad I, II = p =$ prosta Pascala
- $CIII \cap q = 6 \quad AE \cap p = III$
- rysunek elipsy – „conic” dla punktów $A, B, C, D, 6$



rys. El_pas_st_pkt6_k



rys. El_pas_st_pkt6

d/ Rezultat – rys. El_pas_st_pkt6:

dla danych czterech punktów stożkowej, stycznej w jednym z nich oraz dowolnej prostej przechodzącej przez punkt B za pomocą makrokonstrukcji „El_pas_st_pkt6.mac” otrzymuje się rysunek elipsy.

3. Konstrukcja Ritz'a

a/ „Konstr RITZ'a.mac” („Konstr RITZ'a_m.fig”, „Konstr RITZ'a_k.fig”, „Konstr RITZ'a.fig”).

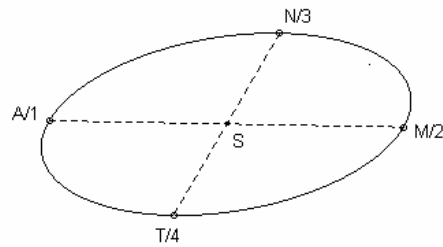
b/ Założenia:

dane średnice sprzężone elipsy

AM, NT .

Kolejność dla makrokonstrukcji

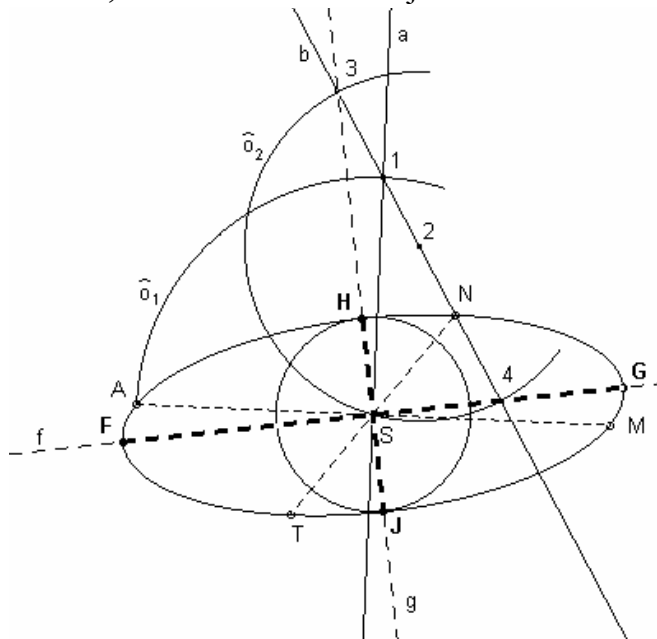
(1,2,3,4,5)



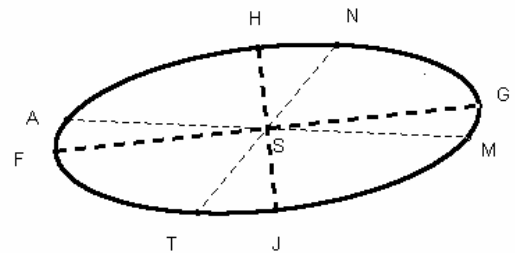
rys. Konstr RITZ'a_m

c/ Konstrukcja:

- $S \in a \perp AM$
- okrąg \tilde{o}_1 ($r_{o1} = SA$)
- punkt $1 = \tilde{o}_1 \cap a$
- prosta $b = IN$
- punkt 2 jako środek odcinka IN
- okrąg \tilde{o}_2 ($r_{o2} = 2S$)
- punkt $3 = \tilde{o}_2 \cap b$, punkt $4 = \tilde{o}_2 \cap b$
- prosta $f = S4$, prosta $g = S3$
- dł. odcinka $/SF /=/14/$, dł. odcinka $/SH /=/13/$
- FG, HJ - makrokonstrukcja "Konstr RITZ'a"



rys. Konstr RITZ'a_k



rys. Konstr RITZ'a

d/ Rezultat – rys. Konstr RITZ'a:

dla danych średnic sprzężonych elipsy za pomocą makrokonstrukcji otrzymuje się osie elipsy FG, HJ .

Rec. dr inż. Krzysztof TYTKOWSKI