

Danuta BOMBIK
Ośrodek Geometrii i Grafiki Inżynierskiej
Politechniki Śląskiej

KOMPUTEROWA ILUSTRACJA PEWNEGO PRZEKSZTAŁCENIA

Artykuł M.Paleja pt. "Dyskusja niektórych obrazów w elementarnym, zdegenerowanym przekształceniu stopnia czwartego" prowokuje do rozważenia możliwości badania przedstawionego przekształcenia za pomocą odpowiedniego programu komputerowego. Tak się złożyło że w ramach tzw. badań własnych zajęłam się bardziej szczegółowo programem CABRI^{sv}, którego pierwszej prezentacji w naszym środowisku dokonał na III Konferencji pt "Geometria i komputer" prof. S.Turnau. Poznawszy walory tego programu postanowiłam "powierzyć" mu rolę ilustratora przekształcenia M.Paleja. Konieczne były oczywiście odpowiednie uzupełnienia menu tego programu, w szczególności opracowanie bloku makrokonstrukcji, które realizują konstrukcję stożkowych (opartą na schemacie działań rzutowych), a przede wszystkim stycznych do stożkowych spełniających odpowiednie, narzucone warunki.

Myślę, że program wywiązał się nienagannie z nałożonych nań warunków, stworzył bowiem możliwość oglądania płynnie powstających krzywych stopnia drugiego jako obrazów pęków prostych w dowolnie wybranych położeniach. Nie jest przy tym bez znaczenia, że korzystanie z tego programu nie wymaga praktycznie żadnych umiejętności posługiwania się sprzętem komputerowym.

Wynikowe obrazy uzyskane z CABRI stanowiąc mogą, jak sądzę, dobrą ilustrację artykułu (1). Przedstawiając je poniżej w osobnej legendzie przedstawiłam elementy charakteryzujące bazę przekształcenia oraz położenia środka przekształcanego pęku prostych przy zachowaniu wprowadzonego w (1) systemu oznaczeń.

Legenda:

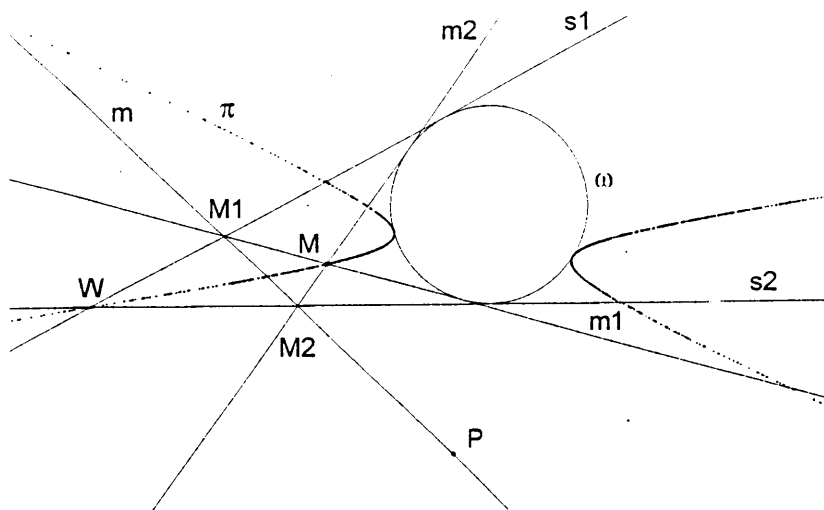
Poniższe wydruki ukazują obrazy pęków prostych o środku w punkcie właściwym lub niewłaściwym, w elementarnym, zdegenerowanym przekształceniu stopnia czwartego, którego bazą jest stożkowa oraz dwie styczne do niej o punkcie wspólnym właściwym lub niewłaściwym, na których zastosowano poniższe oznaczenia:

- ω - stożkowa bazy,
- s_1, s_2 - styczne do stożkowej bazy,
- W - punkt przecięcia stycznych bazy (wierzchołek bazy),
- P - środek pęku prostych,
- m - jedna z prostych przekształcanego pęku prostych,
- M_1, M_2 - punkty przecięcia prostej m z prostymi bazy s_1 i s_2 ,
- m_1, m_2 - drugie styczne do stożkowej bazy poprowadzone z punktów M_1 i M_2 ,
- M - obraz prostej m w zdegenerowanym przekształceniu stopnia czwartego,
- π - obraz pęku prostych.

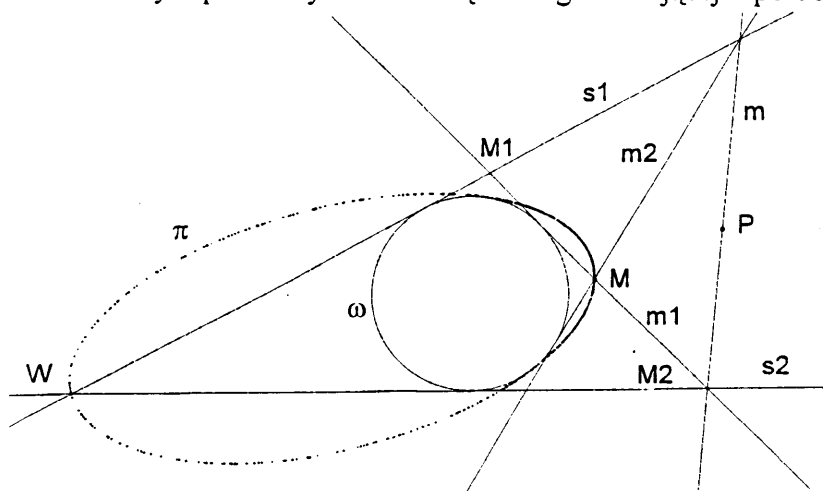
Literatura:

(1)M.Palej: "Dyskusja niektórych obrazów w elementarnym zdegenerowanym przekształceniu stopnia czwartego"

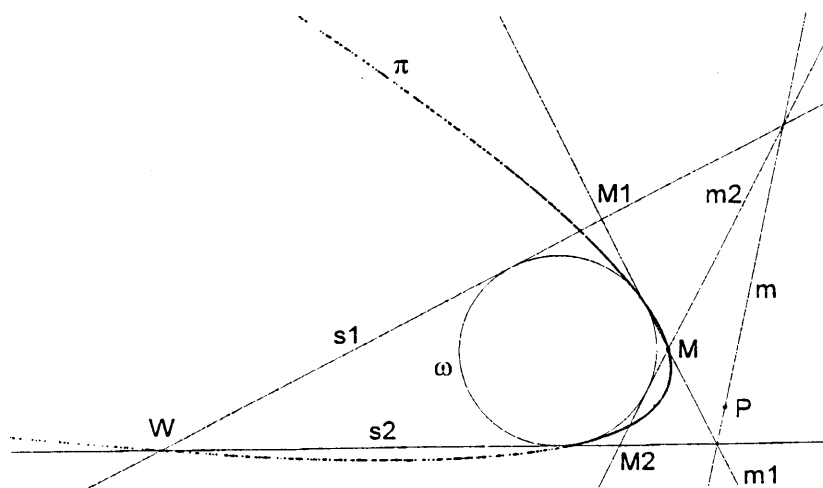
^{sv} Cahiers de BRouillon Interactif



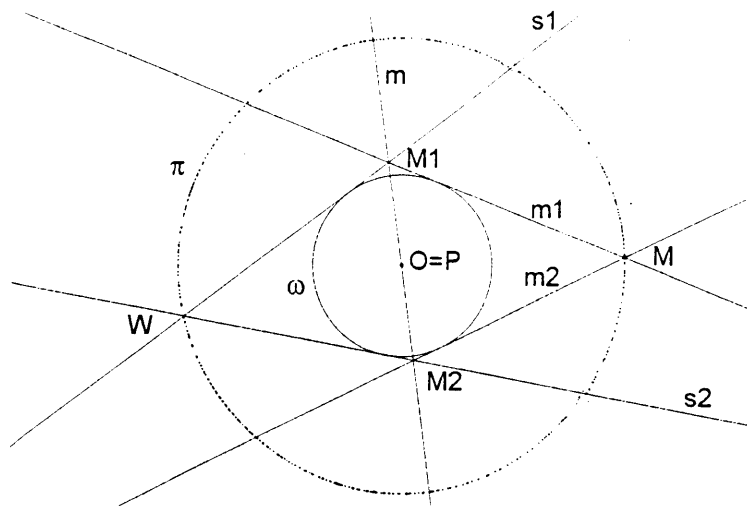
Rys. 1. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt "W" przecięcia stycznych bazy "s1" i "s2" jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych "P" jest punktem właściwym położonym na zewnątrz rozgraniczającej hiperboli "v".



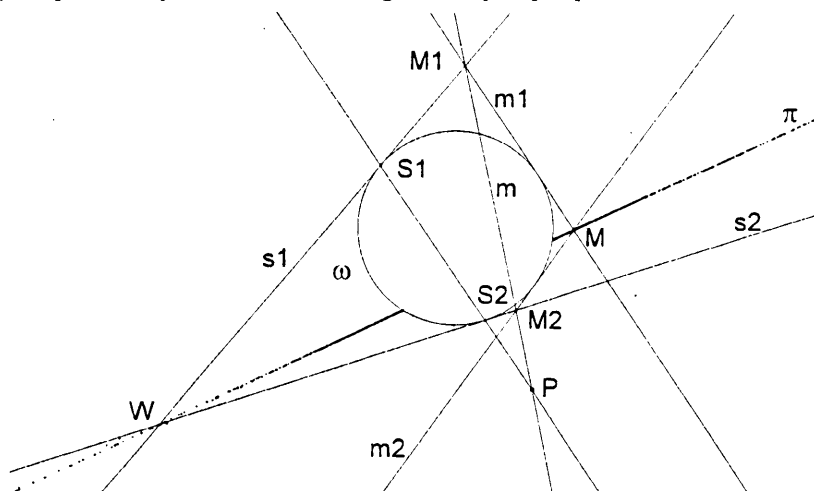
Rys. 2. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt "W" przecięcia stycznych bazy "s1" i "s2" jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych "P" jest punktem właściwym położonym wewnątrz rozgraniczającej hiperboli "v".



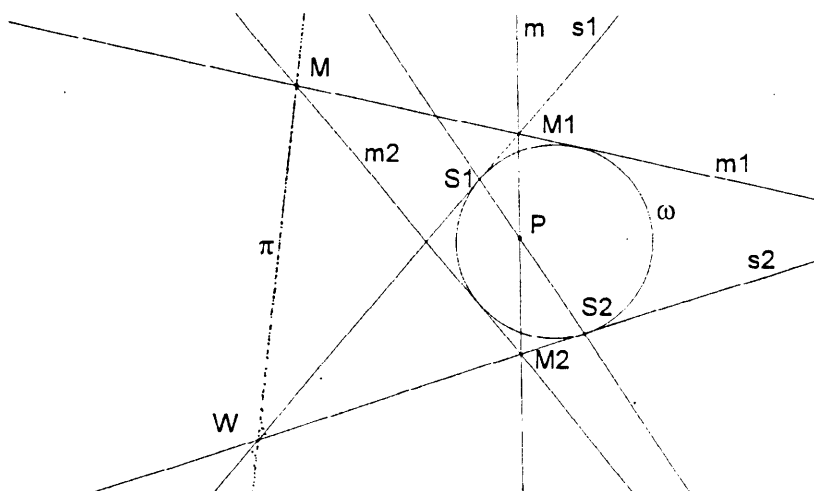
Rys. 3. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt "W" przecięcia stycznych bazy "s1" i "s2" jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych "P" jest punktem właściwym położonym na rozgraniczającej hiperboli "v".



Rys. 4 Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym, położonym wewnątrz rozgraniczającej hiperboli " v "; w środku okręgu bazy.

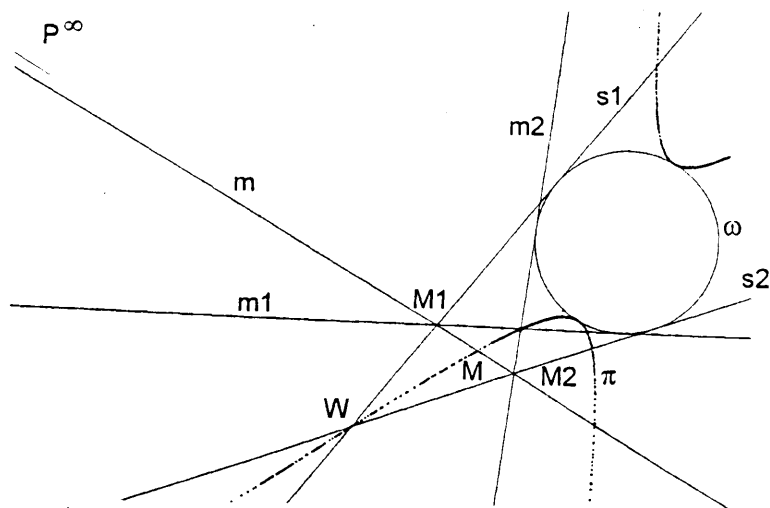


Rys. 5 Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1, s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym, położonym na prostej łączącej punkty styczności stycznych z okręgiem bazy - poza okręgiem.

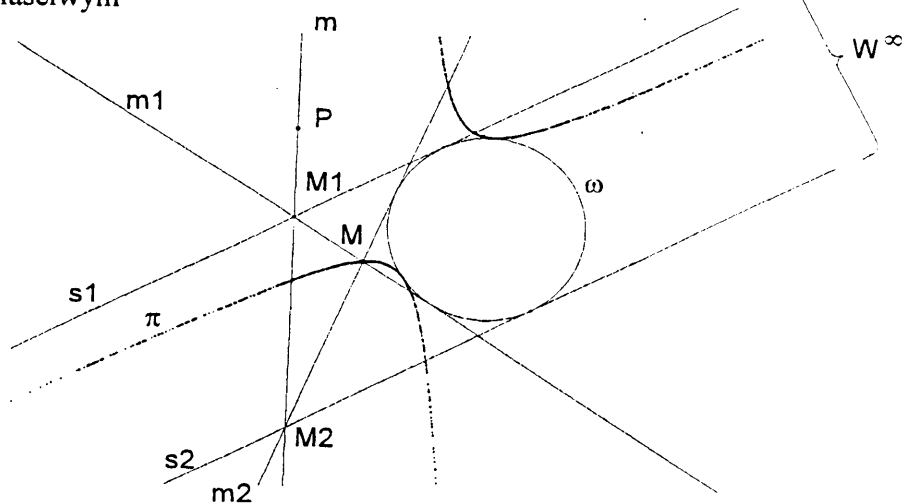


Rys.6 Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1, s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym położonym na prostej łączącej punkty styczności stycznych z okręgiem bazy - wewnątrz okręgu.

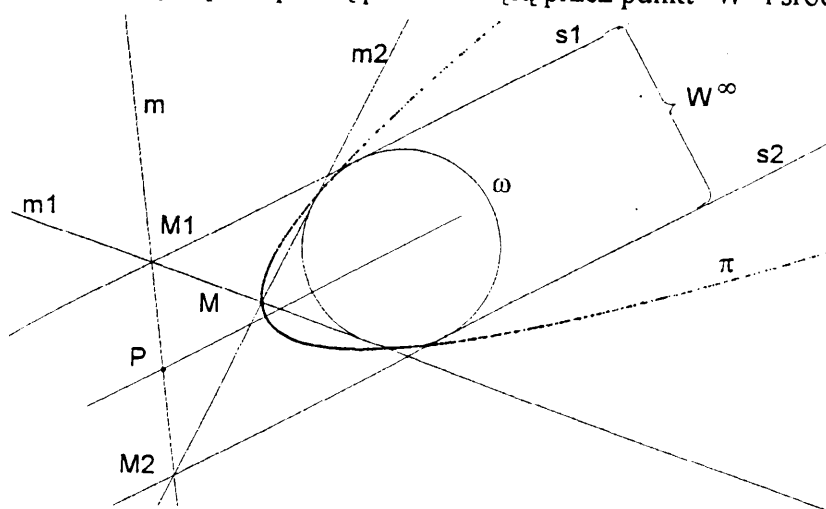
004
007
008
009
010
011
012
013
014
015
016
017
018
019
020
021
022
023
024
025
026
027
028
029
030
031
032
033
034
035
036
037
038
039
040
041
042
043
044
045
046
047
048
049
050
051
052
053
054
055
056
057
058
059
060
061
062
063
064
065
066
067
068
069
070
071
072
073
074
075
076
077
078
079
080
081
082
083
084
085
086
087
088
089
090
091
092
093
094
095
096
097
098
099
100



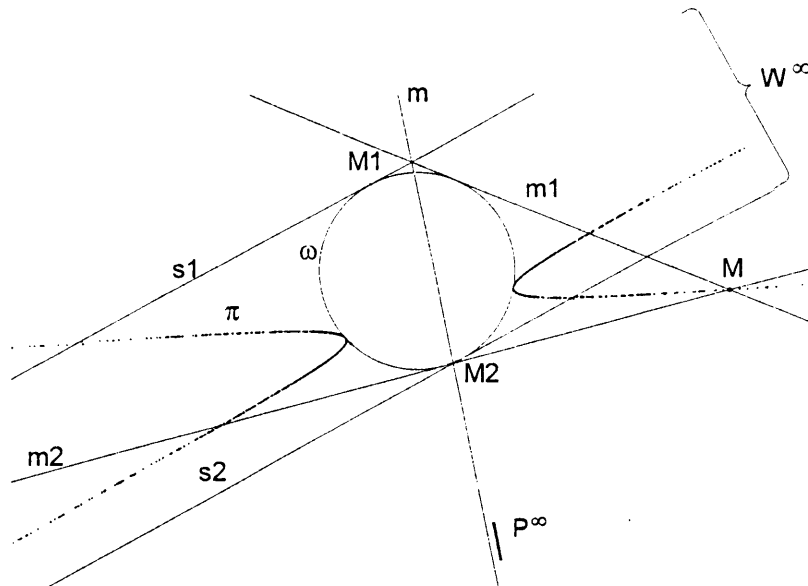
Rys. 7. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem niewłaściwym



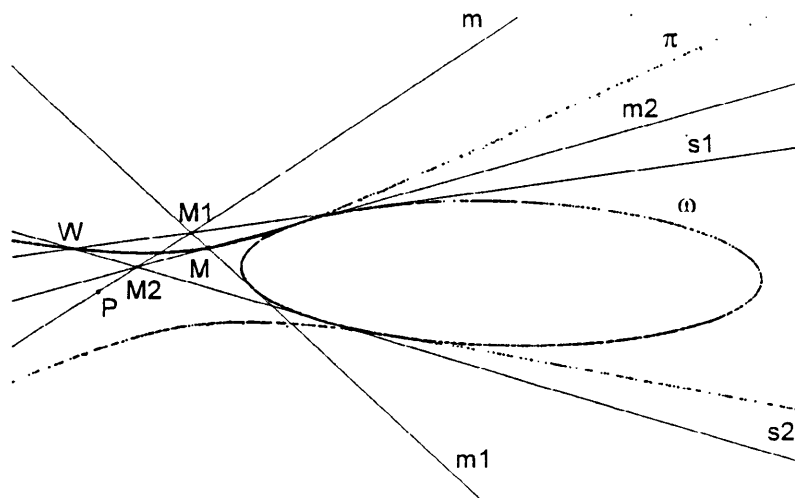
Rys. 8. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem niewłaściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym położonym poza prostą przechodzącą przez punkt " W " i środek okręgu bazy.



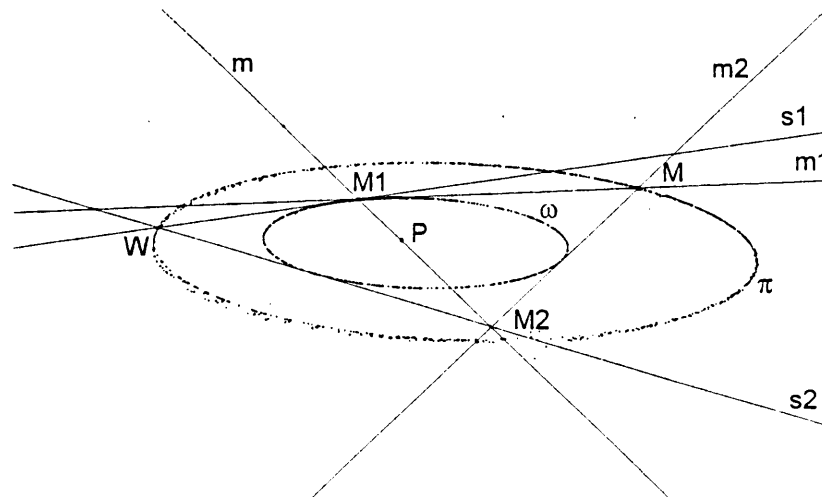
Rys. 9. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem niewłaściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym położonym na prostej przechodzącej przez punkt " W " i środek okręgu bazy.



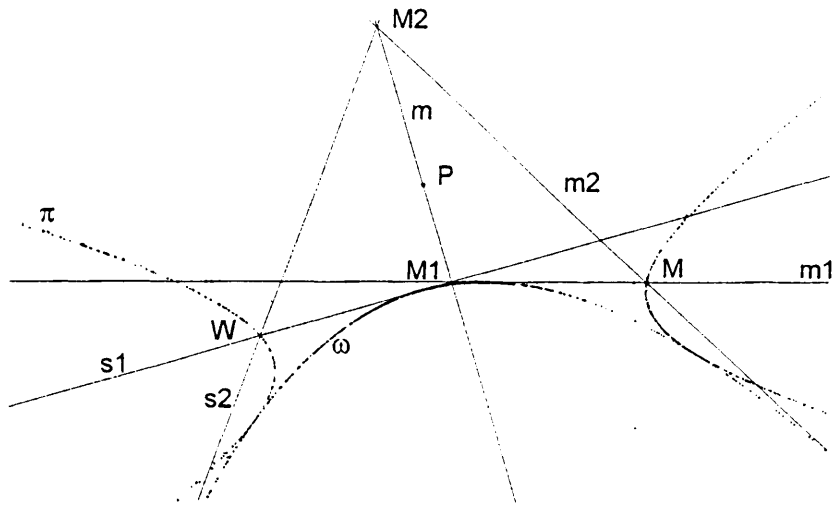
Rys. 10. Stożkową bazy " ω " jest okrąg. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem niewłaściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem niewłaściwym.



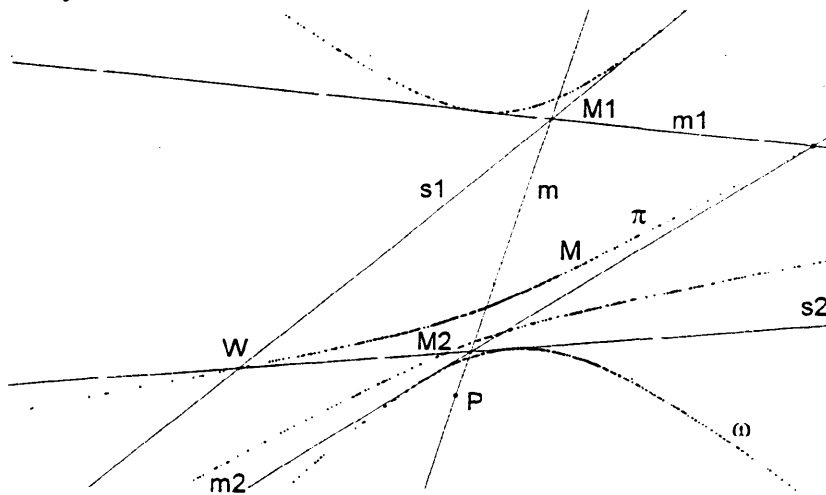
Rys. 11. Stożkową bazy " ω " jest elipsa. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " też jest punktem właściwym położonym na zewnątrz elipsy " ω ".



Rys. 12. Stożkową bazy " ω " jest elipsa. Punkt " W " przecięcia stycznych bazy " s_1 " i " s_2 " jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych " P " jest punktem właściwym położonym wewnątrz elipsy " ω ".



Rys. 13. Stożkową bazy " ω " jest parabola. Punkt "W" przecięcia stycznych bazy "s1" i "s2" jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych "P" jest punktem właściwym.



Rys. 14. Stożkową bazy " ω " jest hiperbola. Punkt "W" przecięcia stycznych bazy "s1" i "s2" jest punktem właściwym. Środek przekształcanego pęku prostych "P" jest punktem właściwym.

COMPUTER ILLUSTRATION OF ONE PLANE TRANSFORMATION

By means of computer, using so-called CABRI-program there are examples of a plane transformation (1) performed. In particular the image of straight lines are drawn when changing the basis, which one conic (the most often a circle) and two it's distinguished tangents consists.