

Jerzy Mroczkowski
Politechnika Wroclawska

Parkietaże foremne na płaszczyźnie hiperbolicznej

Parkietażem nazywamy zbiór wielokątów wypełniających płaszczyznę.

Wielokąt wierzchołkowy parkietażu jest to wielokąt powstały z połączenia środków krawędzi schodzących się w jednym wierzchołku.

Parkietaż jest foremny, jeżeli są foremne tworzące go wielokąty i foremny jest wielokąt wierzchołkowy w każdym wierzchołku [Coxeter].

Do oznaczania parkietażu foremnego wygodnie jest stosować symbol Schlafie'go $\{p,q\}$, gdzie p oznacza liczbę wierzchołków tworzących go wielokątów, zaś q – liczbę wielokątów schodzących się w jednym wierzchołku.

Na płaszczyźnie euklidesowej sytuacja jest banalna – istnieją 3 takie parkietaże: $\{3,6\}$, $\{4,4\}$ i $\{6,3\}$.

Na płaszczyźnie hiperbolicznej istnieje jednak całe bogactwo parkietaży foremnych. Wynika to z faktu, że suma kątów wewnętrznych w trójkącie hiperbolicznym jest zawsze mniejsza od π . Defektem trójkąta hiperbolicznego nazywamy:

$$d\Delta = \pi - (\alpha + \beta + \gamma)$$

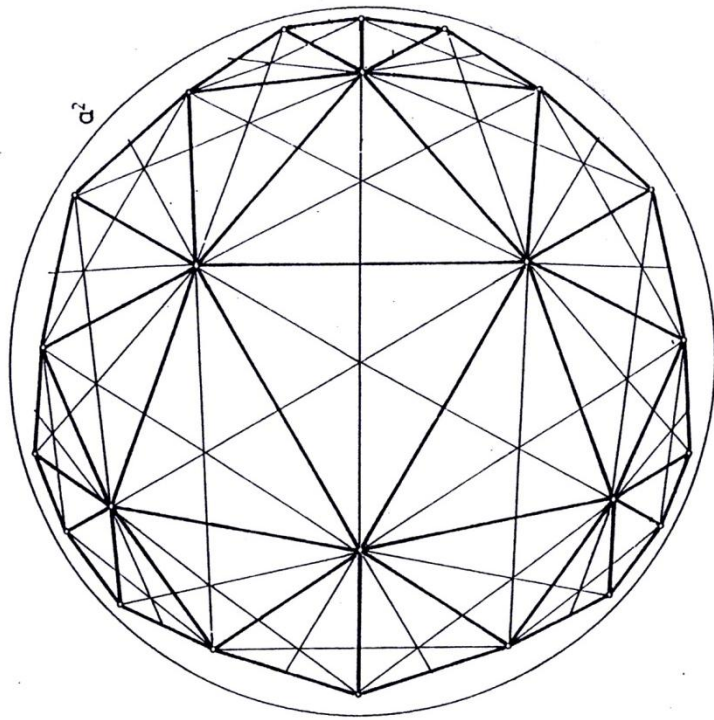
W „małych” obszarach płaszczyzna hiperboliczna niewiele różni się od euklidesowej, jednak czym „większy” trójkąt hiperboliczny, tym większy ma defekt. Np. więc: na płaszczyźnie hiperbolicznej nie istnieje parkietaż $\{3,6\}$, istnieją jednak wszystkie kolejne: $\{3,7\}$, $\{3,8\}$, ... itd.

Po pewnych rachunkach można sformułować warunek istnienia parkietażu foremnego na płaszczyźnie hiperbolicznej:

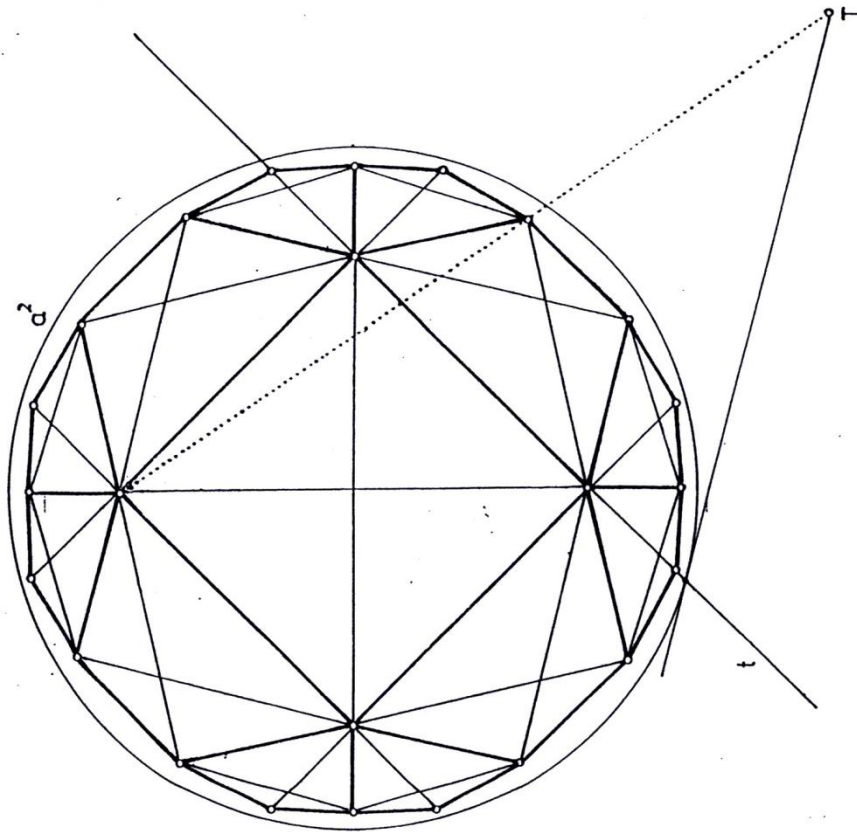
$$2/p + 2/q < 1$$

Referat będzie zawierał omówienie konstrukcji rysunkowych niezbędnych do narysowania takiego parkietażu w rzutowej realizacji płaszczyzny hiperbolicznej (tzw. model Kleina). Do streszczenia dołączono rysunki parkietaży $\{4,5\}$ i $\{3,7\}$.

Jerzy Mroczkowski
26.11.1997 r.



· Parkietaż {3, 7}.



· Parkietaż {4, 5} w rzutowym modelu płaszczyzny hiperbolicznej.