Marian Palej
Ośrodek Geometrii i Grafiki Inżynierskiej
Politechnika Śląska

Niektóre właściwości elementarnego, zdegenerowanego przekształcenia stopnia drugiego

W pracy rozważa się przekształcenie oparte na następującym działaniu. Niech dana będzie dowolna, niezdegenerowana stożkowa liniowa /stożkowa stycznych/ ω, w szczególności okrąg oraz dwie wyróżnione w niej styczne a_1 i a_2 /$a_1 \cap a_2 = W$/. Dowolnej prostej m płaszczyzny okręgu ω przyporządkowuje się punkt uzyskany w wyniku następującej konstrukcji: prosta m przecina styczne a_1, a_2 w kolejnych punktach: $m \cap a_1 = M_1$, $m \cap a_{12} = M_2$. Wyznacza się pozostałe styczne do krzywej ω w tych punktach – proste m_1 i m_2. Punkt $m_1 \cap m_2 = M$ przyjmuje się jako obraz prostej m.

Zauważmy, że obrazem pęku prostych o dowolnym środku S np. S /m, n, p…/ jest utwór powstały z przecięcia się odpowiadających sobie prostych w dwóch rzutowych pękach klasy drugiej. Pęk /S/ bowiem wycina na stycznych a_1 i a_2 perspektywiczne szeregi punktów a_1 /M_1, N_1, P_1 …/, a_2 / M_2, N_2, P_2 …/, a te z kolei wyznaczają perspektywiczne z nimi pęki stycznych do ω, stanowiące pęki klasy drugiej /pęki / ω_1 / i / ω_2/ o wspólnej podstawie ω /. Wiadomo, że utworem punktów wspólnych elementów homologicznych w dwóch rzutowych pękach klasy drugiej jest krzywa rzędu czwartego c^4. W rozpatrywanym jednak przypadku zauważymy, że elementem c^4 są dwie proste – są to proste s_1 i s_1 styczne do stożkowej ω, przynależne do punktu S. Istotnie bowiem jeżeli np. $m = s_1$, to każdy punkt prostej s_1 jest punktem $m \cap s_1$; jednocześnie $m \cap s_2 = W$, a różna od s_2 styczna przynależna do tego punktu to prosta s_1. W rezultacie mamy jako część wspólną $s_1 \cap s_1 = s_1$. Wynika stąd jasno, ze pozostałą częścią krzywej c^4 jest stożkowa σ^2. Mamy więc do czynienia ze znanym zresztą faktem stwierdzającym, że punkty przecięcia odpowiadających sobie stycznych dwóch rzutowych pęków klasy drugiej o wspólnej podstawie tworzą krzywą stopnia drugiego.

W pracy rozstrzygnięto pytanie czy i kiedy stożkowa σ^2 będzie zawierała punkty niewłaściwe. Analiza tego problemu prowadząca do ustalenia rodzaju stożkowej σ^2 w poszczególnych przypadkach polega na odwołaniu się do rozważań przestrzennych, w szczególności do konstrukcji linii przenikania dwóch powierzchni stopnia drugiego opisanych na wspólnej kuli. Omówiono również przypadki szczególne rozpatrywanego przekształcenia.

Marian Palej
25.01.1995 r.