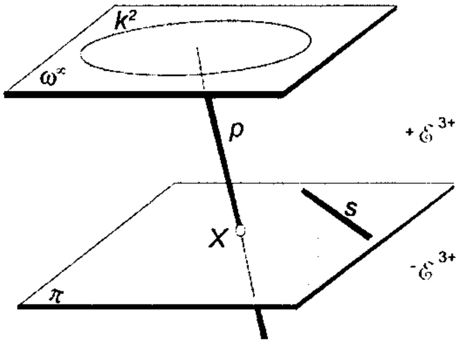
Danuta Bombik
Ośrodek Geometrii i Grafiki Inżynierskiej
Politechnika Śląska

Geometryczne aspekty i zastosowanie rzutu zdegenerowanego

Definicja1.

Zbiór $\mathcal{B} = \{\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s}, \boldsymbol{k^2}\}$ (rys. 1) jest **bazą rzutu zdegenerowanego** gdzie:



Rys. 1

$\boldsymbol{\pi} \subset \mathcal{E}^{3+}$ jest położoną poziomo rzutnią, rozdzielającą przestrzeń $\mathcal{E}^{3+}$ na półprzestrzeń $+\mathcal{E}^{3+}$ dodatnią i $-\mathcal{E}^{3+}$ ujemną,
$\boldsymbol{p} \subset \mathcal{E}^{3+}$ to prosta właściwa zwana **osią**, przebijająca rzutnię $\boldsymbol{\pi}$ w punkcie właściwym $\boldsymbol{X}$,
$\boldsymbol{s} \subset \mathcal{E}^{3+}$ właściwa lub niewłaściwa **prosta środków $\boldsymbol{s}$** (lub **stożkowa środków $\boldsymbol{s}^2$**) leżąca na rzutni π i nie zawierająca punktu $\boldsymbol{X}$,
$\boldsymbol{k^2} \subset \mathcal{E}^{3+}$ pewna ustalona stożkowa kierunków (okrąg) leżąca na płaszczyźnie niewłaściwej $\boldsymbol{\omega}^{\infty}$ i nie mająca rzeczywistych punktów wspólnych z rzutnią $\boldsymbol{\pi}$;

Definicja 2.

Rzut zdegenerowany $\mathcal{Z}_{S,K^\infty}: \mathcal{E}^{3+} \to \mathcal{P}_{2,X}(\boldsymbol{\mathfrak{R}^2})$ przy ustalonej bazie $\mathcal{B}$ to superpozycja dwóch rzutów środkowych: pierwszy o środku $\boldsymbol{S}$ należącym do prostej środków $\boldsymbol{s}$, a drugi o środku niewłaściwym $\boldsymbol{K}^\infty \subset \boldsymbol{k}^2 \subset \omega^2$ co symbolicznie można zapisać:

$$\mathcal{Z}_{S,K^\infty} = \mathcal{S}_{K^\infty} \circ \mathcal{S}_S \text{ inaczej: } \mathcal{Z}_{S,K^\infty} = \mathcal{R}_k \circ \mathcal{S}_S$$

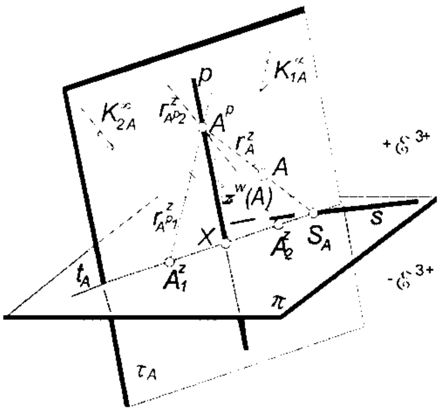
gdzie: $\mathcal{S}_S: \mathcal{E}^{3+} \to \boldsymbol{p}$, $\mathcal{S}_{K^\infty} \equiv \mathcal{R}_k: \boldsymbol{p} \to \boldsymbol{\pi}$ (rys. 2)

Środki tych rzutów $\boldsymbol{S}$ i $\boldsymbol{K}^\infty$ wyznaczające aparat projekcyjny $\mathcal{a}$ są odpowiednio **uwarunkowane położeniem odwzorowywanego punktu**.

Wniosek

Przy ustalonym aparacie rzutowania $\mathcal{a} = \{\mathcal{B}, \mathcal{U}\}$ dla rzutu zdegenerowanego $\mathcal{Z}_{S,K^\infty}$ (pamiętając, że: $\mathcal{S}_{K^\infty} = \mathcal{R}_k$) obrazem dowolnego punktu $\boldsymbol{A} \in \mathcal{E}^{3+}$ w tym przekształceniu są dwa punkty:

$$\mathcal{Z}_{S,K^\infty}(\boldsymbol{A}) = (\mathcal{S}_{K^\infty} \circ \mathcal{S}_S)(\boldsymbol{A}) \equiv (\mathcal{R}_k \circ \mathcal{S}_S)(\boldsymbol{A}) =$$
$$= \mathcal{R}_k\big(\mathcal{S}_S(\boldsymbol{A})\big) = \{A_1^z, A_2^z\}$$



rys. 2

gdzie:
$\boldsymbol{A}^z = r_A^z p \cap \pi = (\boldsymbol{A}^p, K_A^\infty) \cap \pi$,
$\boldsymbol{A}^p = r_A^z \cap p = (\boldsymbol{A}, \boldsymbol{S}_A) \cap p$,
$\boldsymbol{S}_A = \tau_A \cap s = \tau_A(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{p})$,
$\boldsymbol{k}_A \in \{\boldsymbol{k}_{1A}^z = (\boldsymbol{X}, \boldsymbol{K}_{1A}^\infty), \boldsymbol{k}_{2A}^z = (\boldsymbol{X}, \boldsymbol{K}_{2A}^\infty)\}$

Podczas prelekcji zostaną zaprezentowane wyniki najnowszych badań nad tym odwzorowaniem, a także możliwości jego zastosowania w praktyce konstruktorskiej.

Danuta Bombik
20.04.2005 r.