Stanisław Ochoński

O pewnym przekształceniu płaszczyzny

Praca jest kontynuacją badań autora nad stożkowymi będącymi zbiorami środków sfer przechodzących przez dwa różne lub jednoczące się punkty i równocześnie stycznych do prostej, płaszczyzny bądź sfery. W prezentowanym obecnie referacie zdefiniowano przekształcenie oraz podano jego podstawowe właściwości.

Na płaszczyźnie rzutowej obrano dwa różne punkty M i W, z których tylko punkt W może być również punktem niewłaściwym. Przy tych założeniach za obraz dowolnego punktu właściwego X płaszczyzny przyjmuje się punkt^{1}X, w którym symetralna odcinka MX przecina prostą WX.

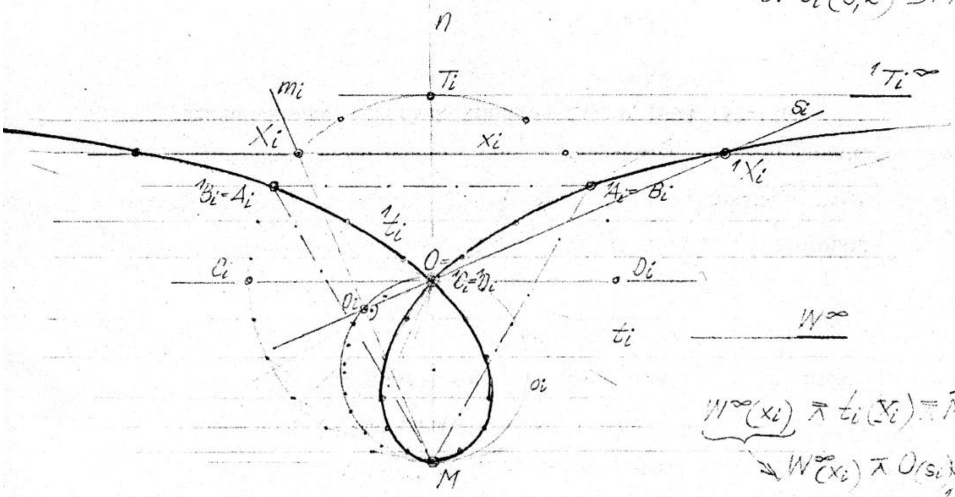
Wykazano m.in., że obrazem każdej prostej niezawierającej punktów M i W jest krzywa stopnia trzeciego, a okręgu w położeniu ogólnym krzywa stopnia czwartego. Jeżeli środkiem okręgu jest punkt W, a jego promień $\mathrm{R} > WM$ / $\mathrm{R} < WM$, to obrazem takiego okręgu w tym przekształceniu elipsa/hiperbola (stożkowa „obwiednia" jednoczy się ze stożkową „miejscem").

Tak więc uzyskane wyniki badań potwierdzają udowodnione wcześniej przez autora twierdzenie orzekające, że punkt i okrąg/prosta nieprzechodzący (a) przez ten punkt w sposób jednoznaczny określają niezdegenerowaną stożkową, dla której dany punkt i środek okręgu są ogniskami/ogniskiem.

Stanisław Ochoński
29.11.2000 r.

– 0 –

3. $t_i(O,R) \supset M;\ O \subset OM = n \perp W^\infty$

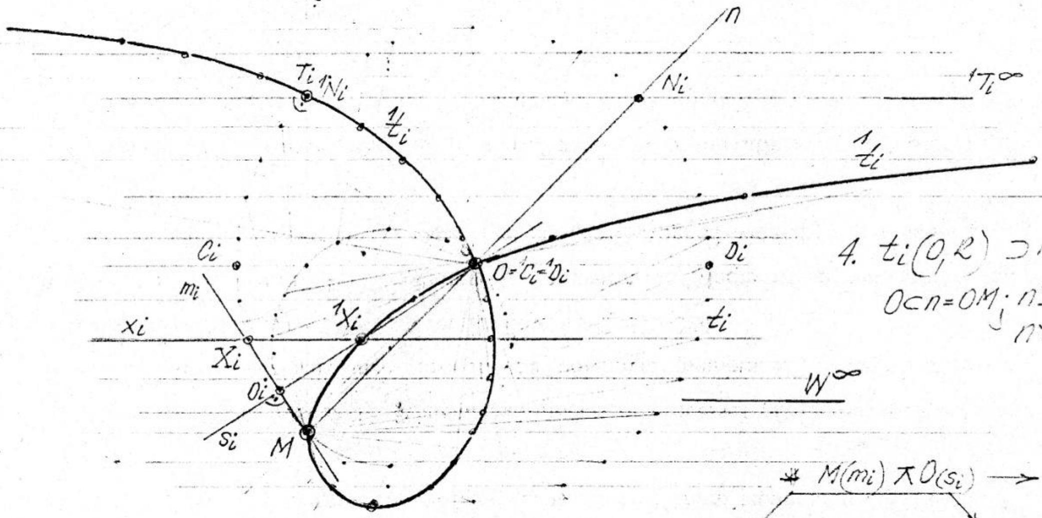


$M(m_i) \barwedge O(s_i) \rightarrow o_i$

$\underbrace{W^\infty(x_i)} \barwedge t_i(X_i) \barwedge M(m_i) \barwedge o_i(O_i) \barwedge \underbrace{O(s_i)}$

$W^\infty(x_i) \barwedge O(s_i)$

$x_i \cap s_i = {}^1X_i \subset {}^1t_i^3$ – krzywa 3-go stop.



4. $t_i(O,R) \supset M \wedge$
$O \subset n = OM;\ n \not\perp W^\infty$
$n \nparallel W^\infty$

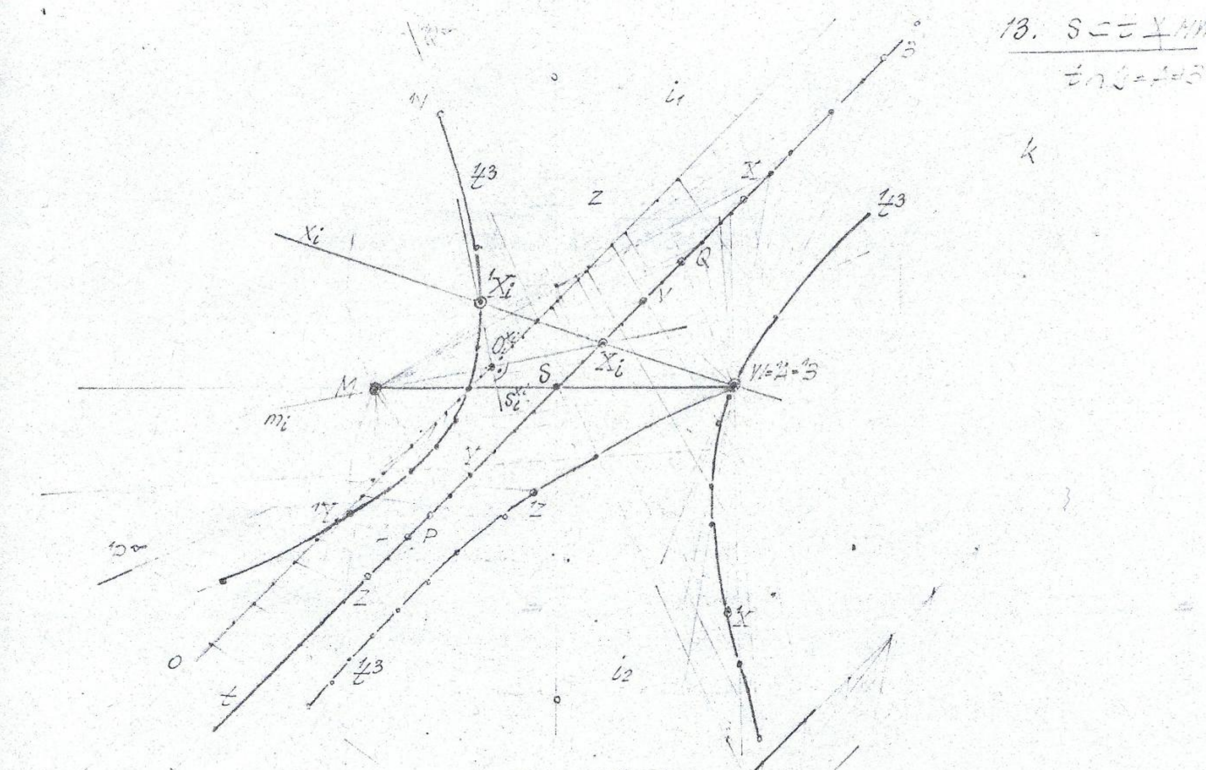
* $M(m_i) \barwedge O(s_i) \longrightarrow$ okrąg o

$W^\infty(x_i) \barwedge t_i(X_i) \barwedge M(m_i) \barwedge o_i(O_i) \barwedge O(s_i)$

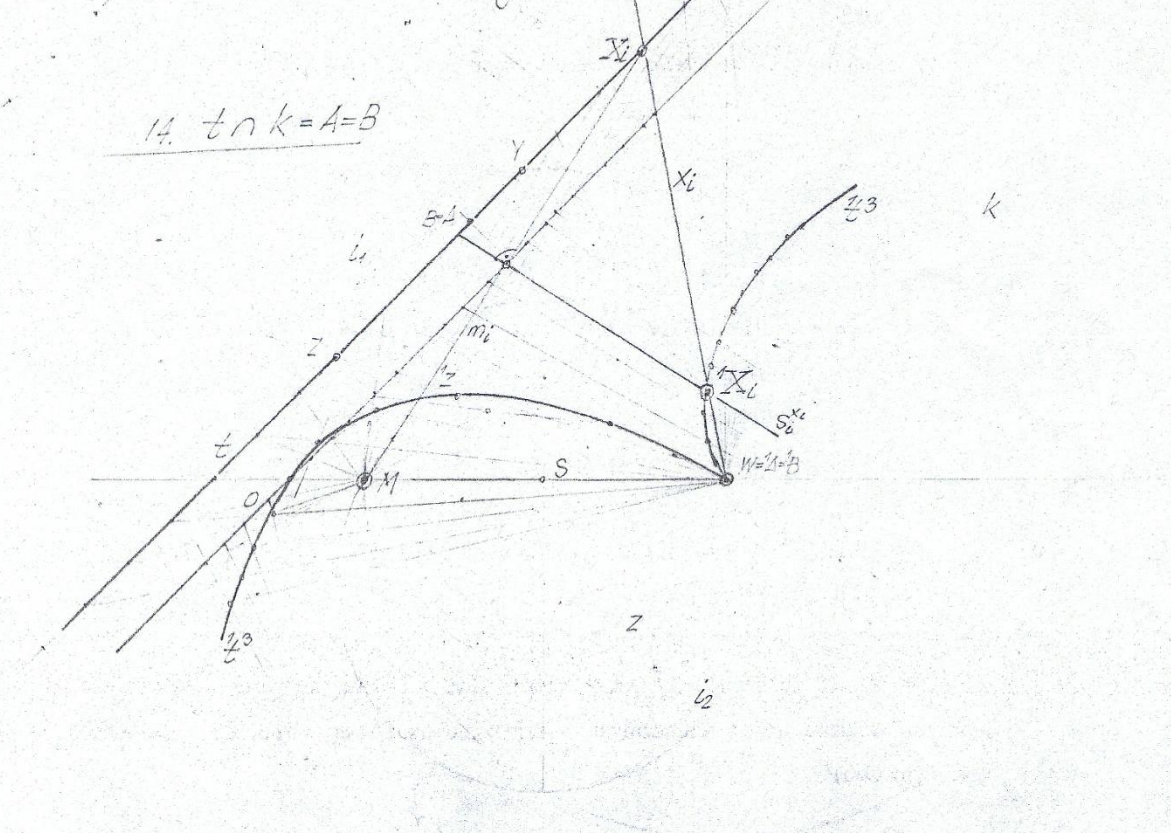
** $W^\infty(x_i) \wedge O(s_i) \longrightarrow {}^1t_i^3$

* dwa rzutowe pęki prostych pierwszego stopnia o promieniach prostopadłych ($m_i \perp s_i$) generują okrąg o_i [illegible] ${}^1X_i$.

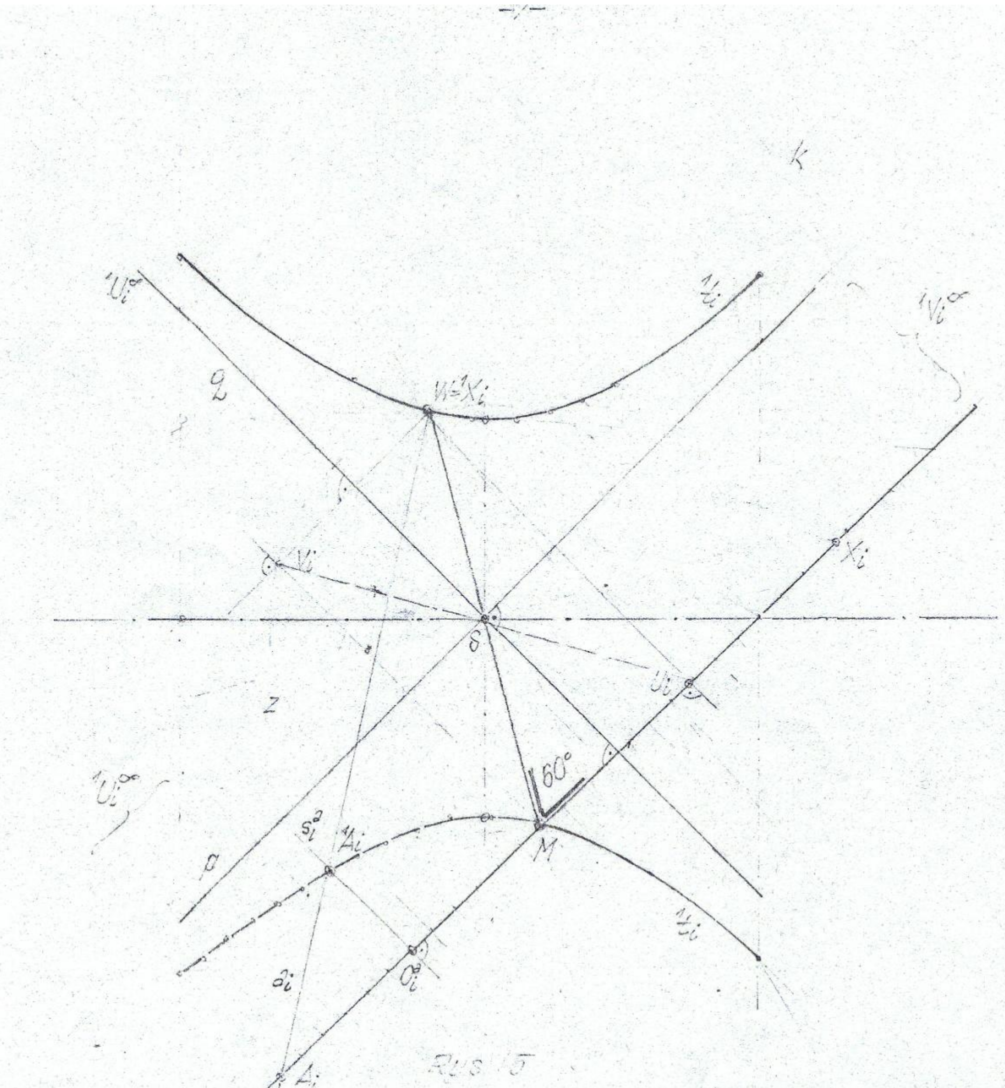
** rzutowy pęk prostych pierwszego stopnia o wierzchołku O i prom. s_i z pękiem prostych drugiego stopnia o wierzchołku W^∞ i prom. x_i tworzą krzywą rzędu trzeciego z jednym punktem podwójnym.



Rys. 25



Rys. 26



RYS 15

$$\frac{^1U_i^\infty(s_i^2) \barwedge t_i(O_i^2) \barwedge t_i(A_i) \barwedge W(a_i)}{}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{^1U_i^\infty(s_i^2) \barwedge W(a_i)}{}$$ — prosta $WU_i^\infty \not\ni M$

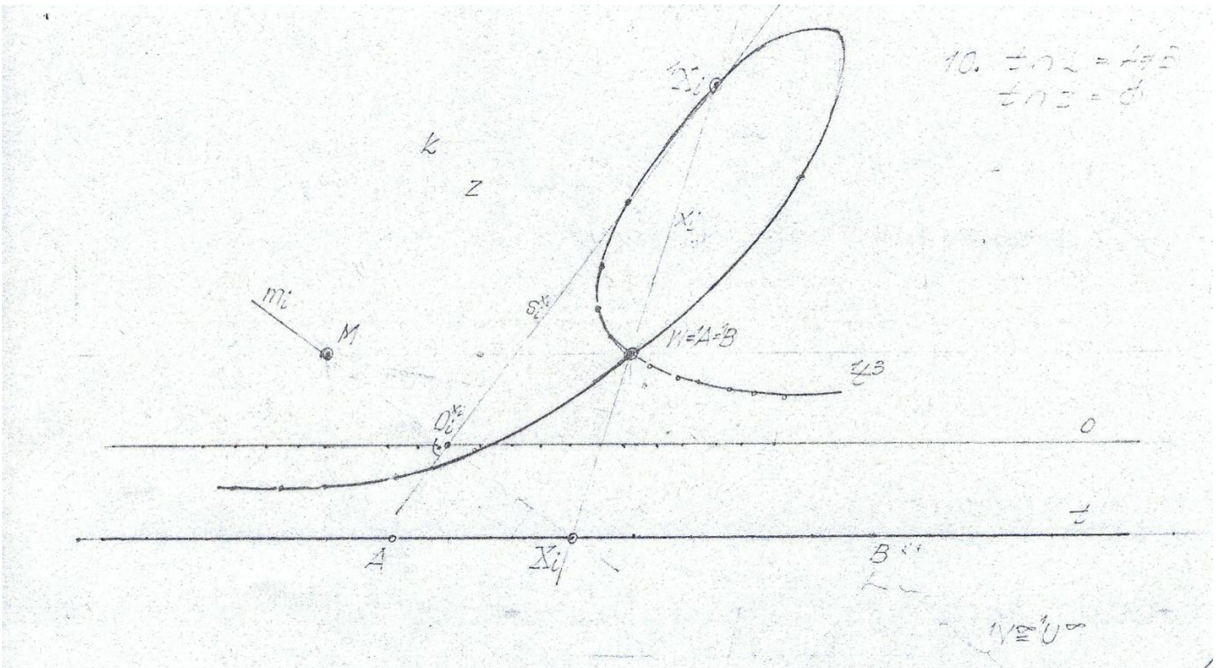
$$\Downarrow$$

$s_i^2 \cap a_i = {}^1A_i \subset {}^1t_i$ – STOŻKOWA NIEZDEGEN.

$$\left.\begin{array}{l} 1.\ {}^1U_i^\infty \subset {}^1t_i \\ 2.\ {}^1V_i^\infty \subset {}^1t_i \\ 2.\ {}^1V_i^\infty \perp {}^1U_i^\infty \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{STOŻKOWA TA JEST } \underline{\text{HIPERBOLĄ RÓWNOBOCZNĄ}}$$

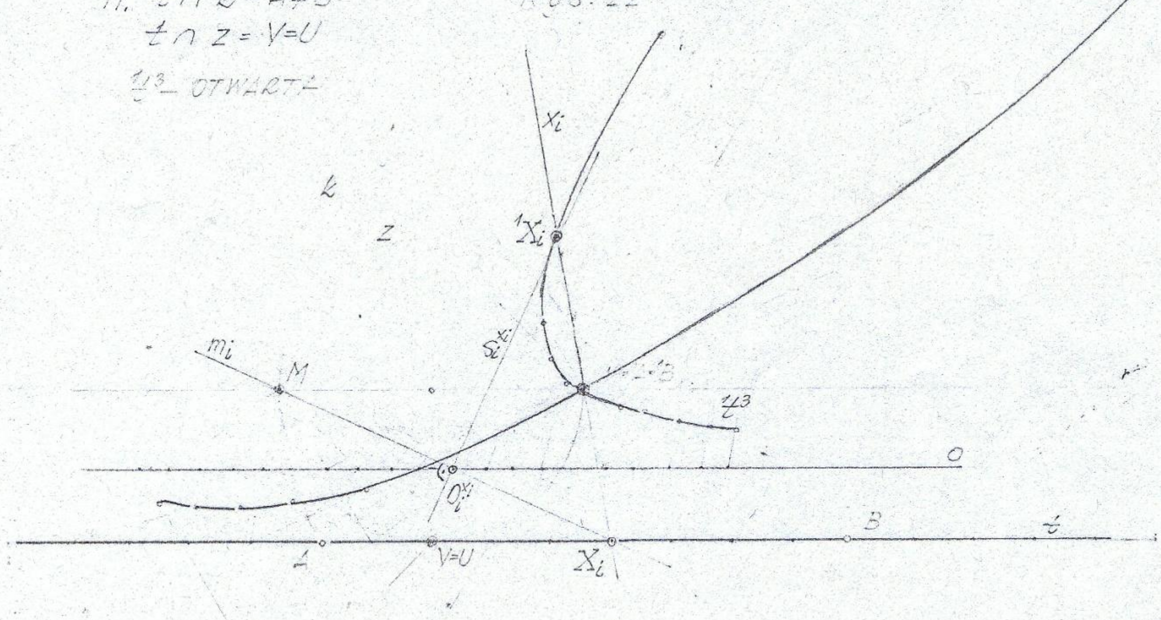
TW. Obrazami prostych t_i zawierających punkt M ($t_i \not\ni W$ i $t_i \not\perp MW$) są hiperbole równoboczne przechodz. przez punkty M i W.
Jeżeli prosta $t_i \supset M$ jest prostopadła do prostej MW, to hiperbola degeneruje się do dwóch prostych prostopadłych MW i $^1t_i \supset S$ i $^1t_i \perp MW$. Jeśli $t_i = MW$ – to hiperb. degeneruje się

10. $t \cap k = A \neq B$
$t \cap z = \emptyset$

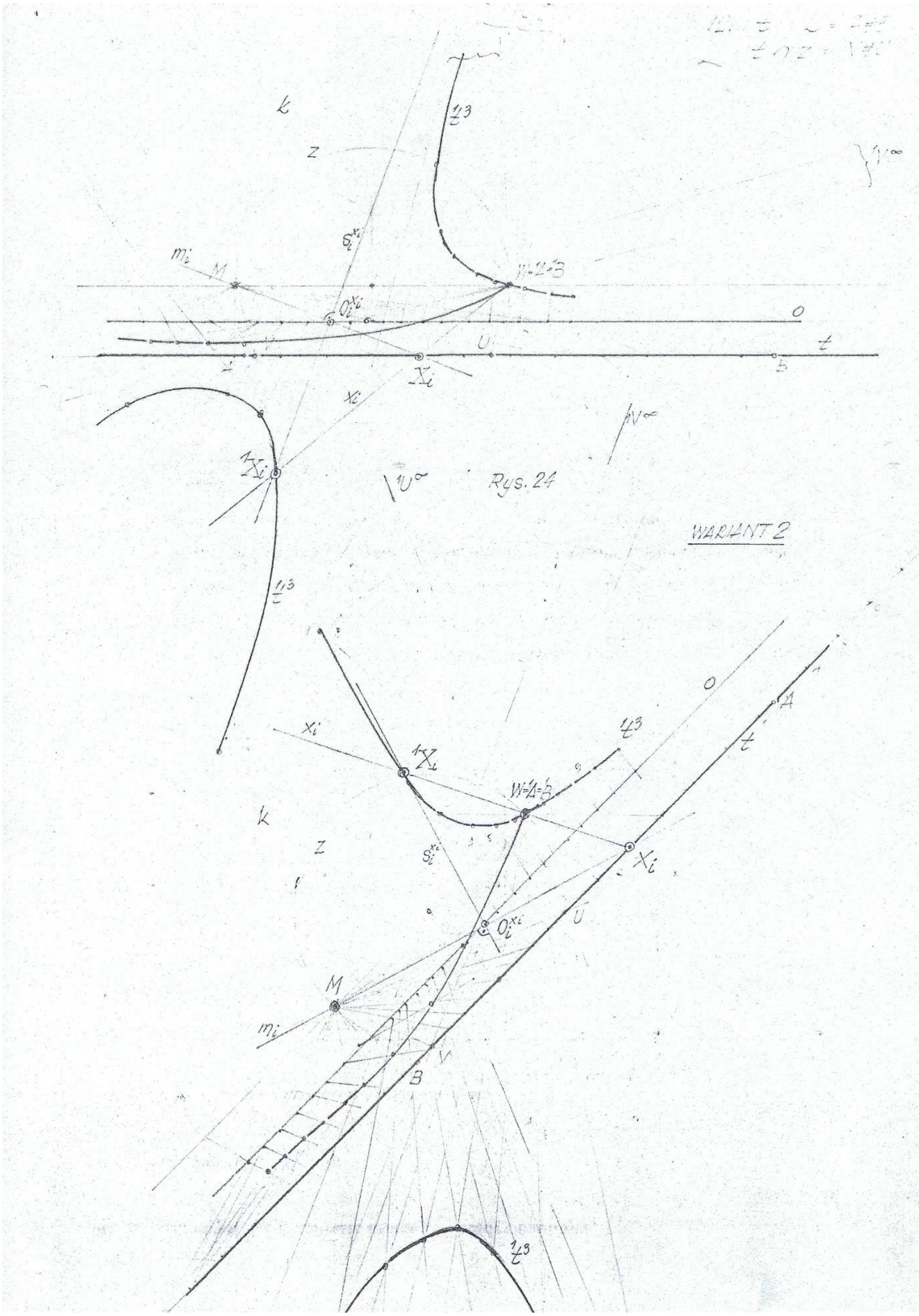


Rys. 22

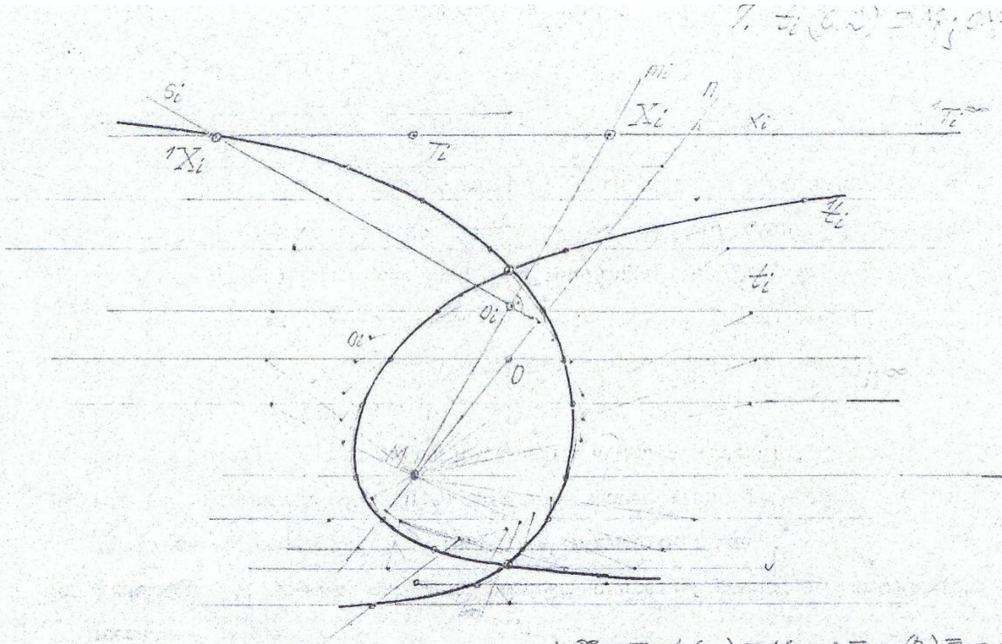
11. $t \cap k = A \neq B$
$t \cap z = V = U$
u^3 – OTWARTA



Rys. 23


k
z
m
M
o
t
U
Rys. 24
WARIANT 2
A
B
M
o
t

7. $t_i(O,R) \ni M$; [illegible]



Obwiednią prostych s_i jest ELIPSA

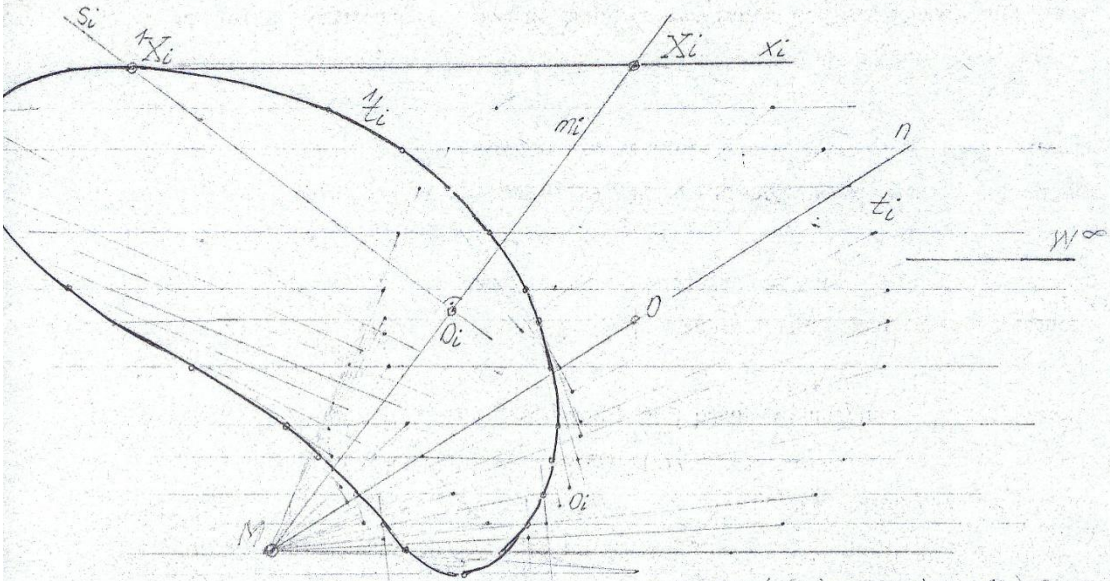
$W^{\infty}(x_i) \,\bar{\wedge}\, t_i(X_i) \,\bar{\wedge}\, M(m_i) \,\bar{\wedge}\, o_i(O_i) \,\bar{\wedge}\, s(s_i)$

$W^{\infty}(x_i) \,\bar{\wedge}\, s(s_i)$

$x_i \cap s_i = {}^1X_i \subset {}^1t_i^4$ – krzywa 4-go stop.

8. $t_i(O,R) \not\ni M$; $OM > R$

$MO = n \not\parallel \wedge \not\parallel W^{\infty}$

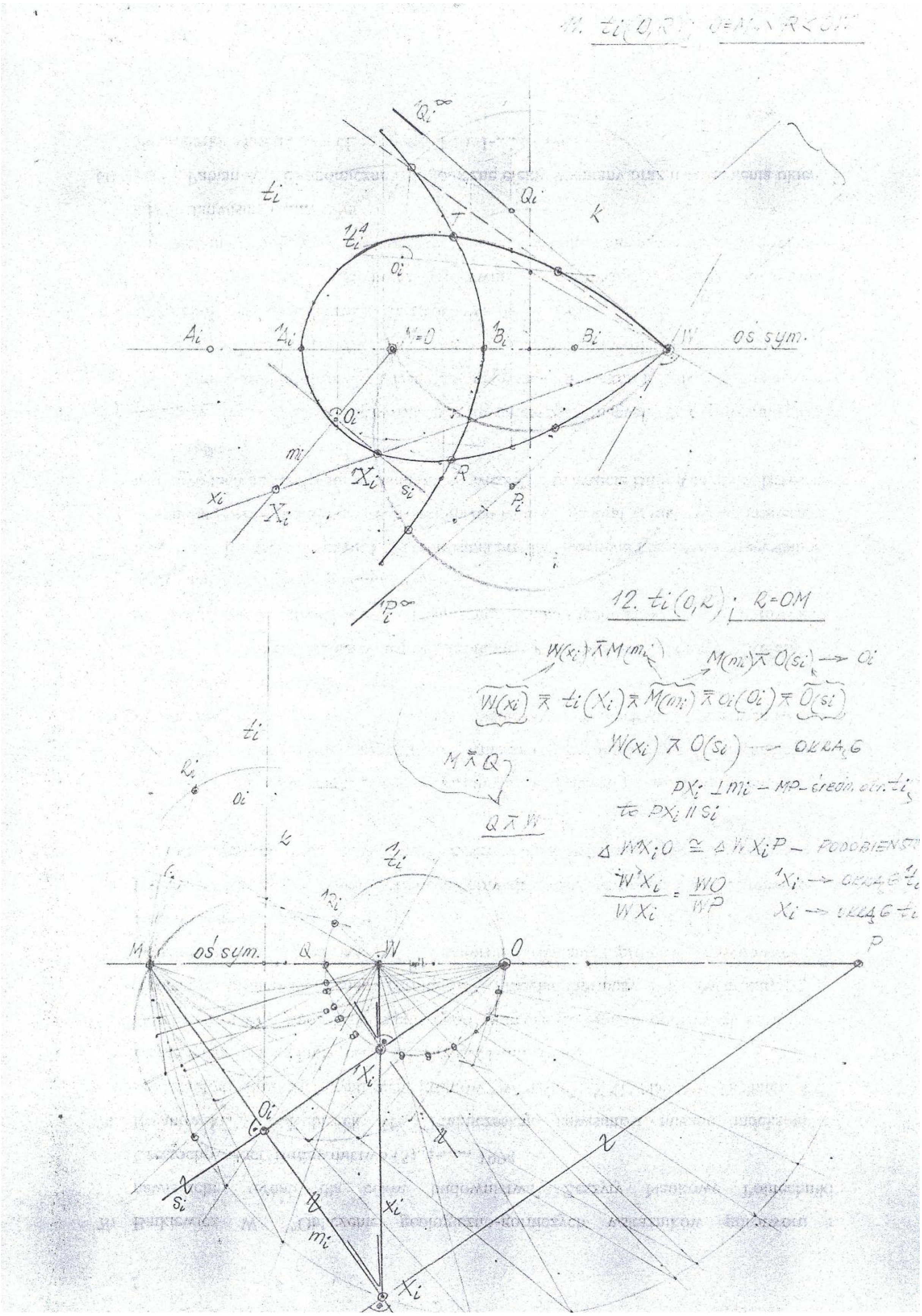


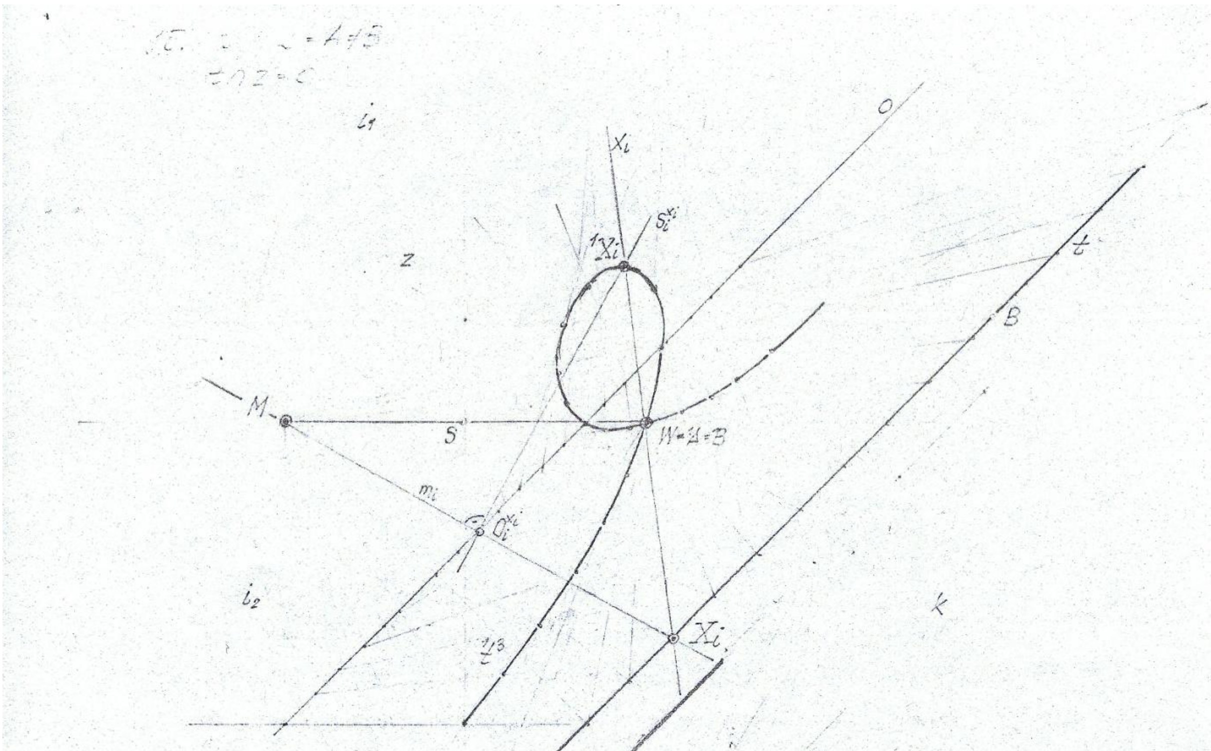
Obwiednią prostych s_i jest HIPERBOLA

$W^{\infty}(x_i) \,\bar{\wedge}\, t_i(X_i) \,\bar{\wedge}\, M(m_i) \,\bar{\wedge}\, o_i(O_i) \,\bar{\wedge}\, s(s_i)$

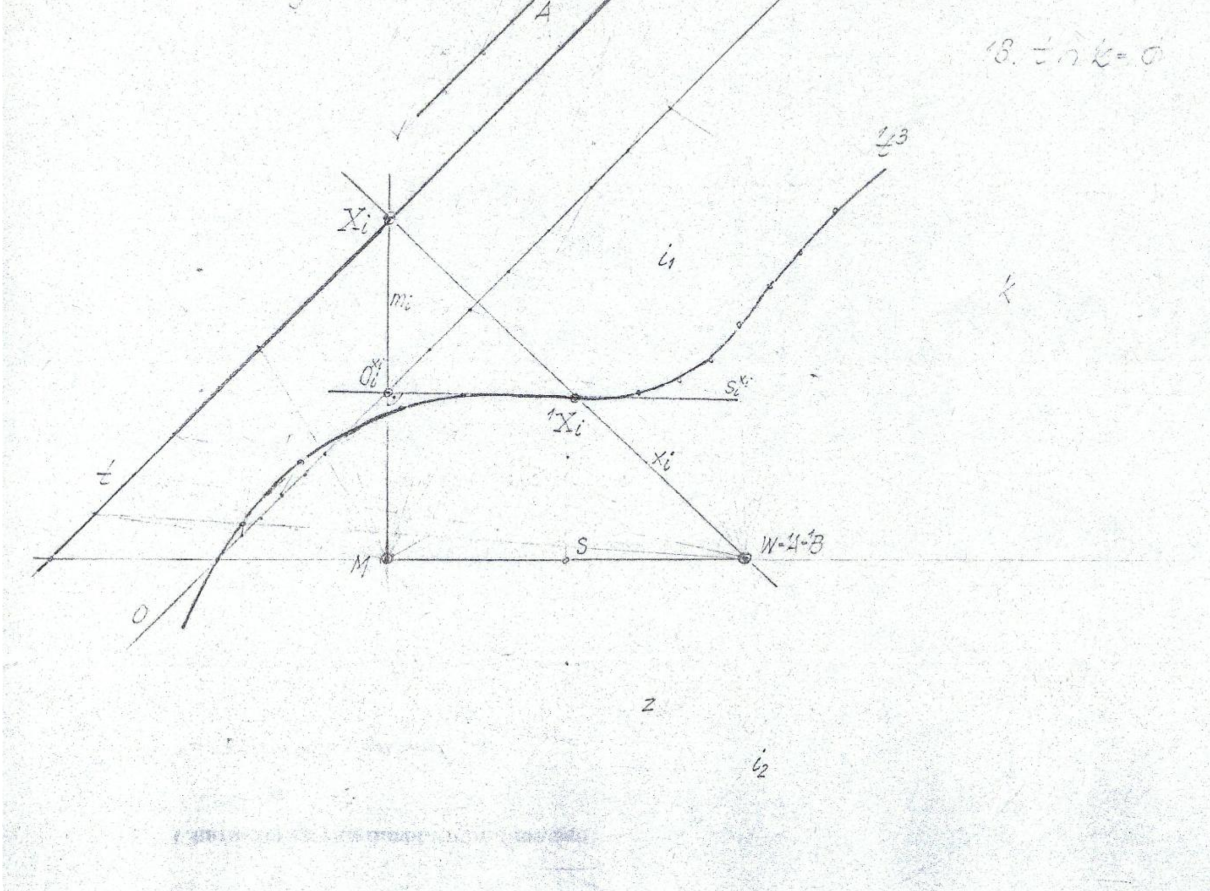
$W^{\infty}(x_i) \,\bar{\wedge}\, s(s_i)$

$x_i \cap s_i = {}^1X_i \subset {}^1t_i^4$

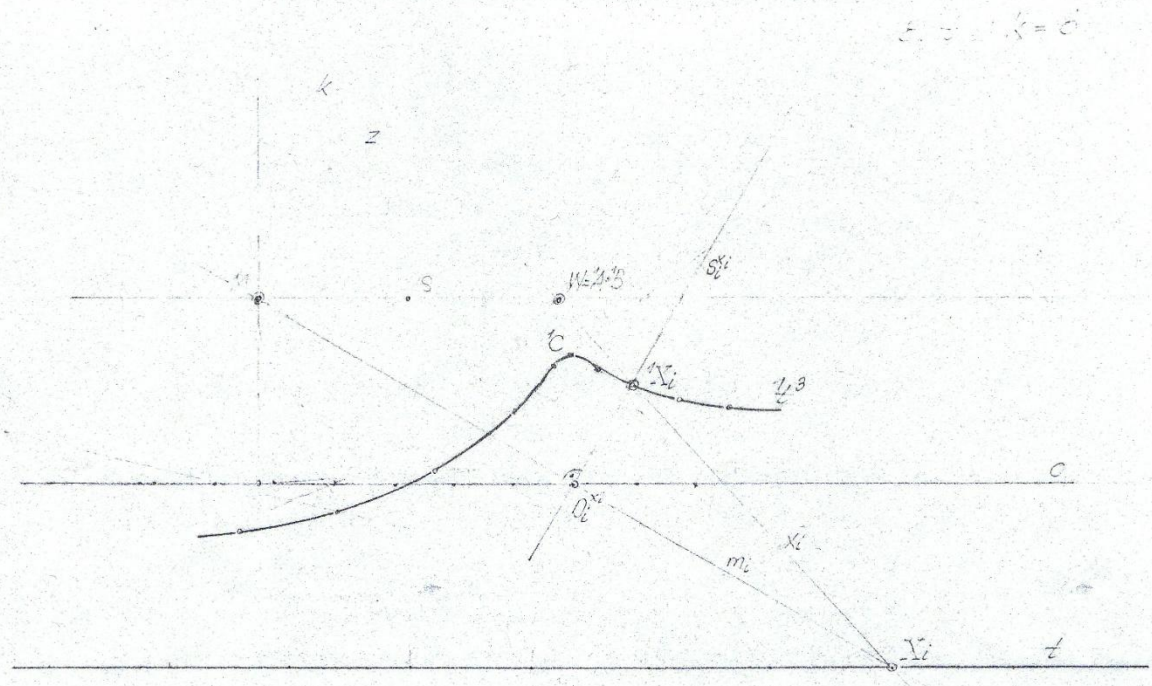

12. ti(O,R); R=OM
W(xi) ⊼ O(si) → OKRĄG
PXi ⊥ mi – MP-średn. okr. ti
to PXi ∥ si
Q ⊼ W
M ⊼ Q
oś sym.



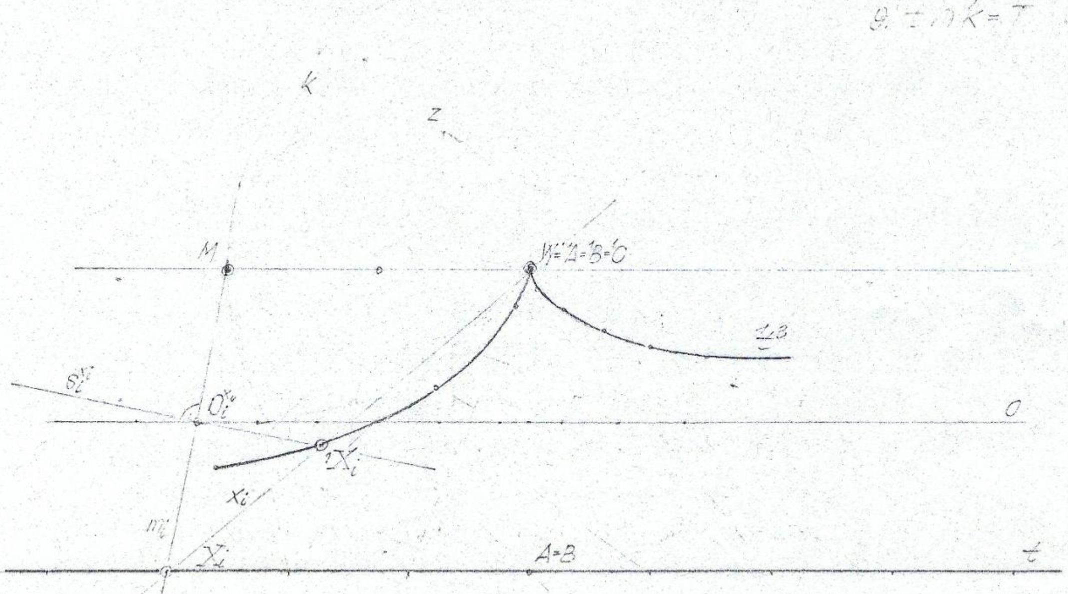
Rys. 27



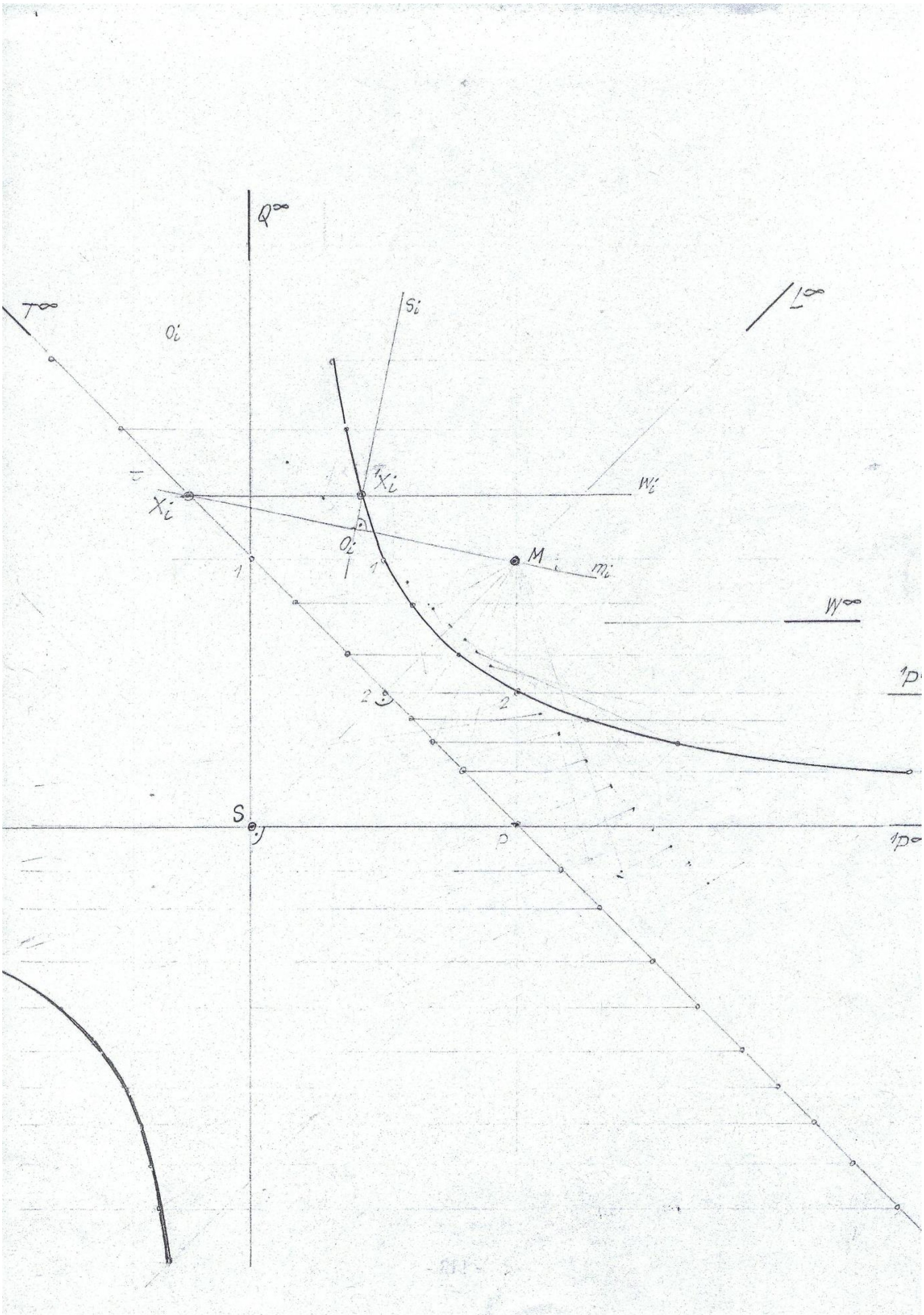
Rys. 28



Rys.20



Rys.21


Q∞
T∞
L∞
W∞
sᵢ
Xᵢ
Xᵢ
wᵢ
Oᵢ
M
mᵢ
1P
S
P
1P